

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
Theoretischer Teil	7
1 Begriffe, Urteile und die Welt – aus philosophischer Perspektive	9
1.1 Begriffliches im menschlichen Handeln	11
1.2 Prioritäten zwischen dem Begrifflichen und der Welt	15
1.3 Implizites und Explizites	17
1.4 Die Welt und ihre Repräsentation	18
1.5 Pragmatismus – Sprachpraxis als Gegenstand der Betrachtung.....	20
1.6 Das Sprachspiel und Züge darin.....	21
1.7 Die Explizierung von Urteilen als Behauptungen im Sprachspiel	22
1.8 Verantwortlichkeit im Sprachspiel und das Geben-Können von Gründen.....	25
1.9 Begriffliche Gehalte und die Rolle der Logik	27
1.10 Festlegungen, Berechtigungen und inferentielle Relationen in der diskursiven Praxis	30
1.11 Kompatibilitäten und Festlegungsstrukturen.....	36
1.12 Begriffe im Sinne von inferentiellen Netzen.....	38
2 Begriffe im Kontext des Mathematiklernens – aus (entwicklungs-) psychologischer Perspektive	41
2.1 Inferentielle Netze	48
2.2 Die Entwicklung inferentieller Netze – in lokaler Perspektive	50
2.3 Situationen, Klassen von Situationen und ihre Entwicklung	52
2.3.1 Situationen, inferentielle Netze und die Bedeutung von Fokussierungen	52
2.3.2 Gemeinsamkeiten von Situationen und Klassen von Situationen	57
2.3.3 Assimilation und Akkommodation im Zusammenhang mit individuellen Klassen von Situationen	63
2.4 Inferentielle Netze, Schemata, Begriffe und ihre Entwicklung.....	66
2.4.1 Inferentielle Netze und Schemata	66
2.4.2 Das Verfügen über mathematische Begriffe.....	67
3 Zum Begriff der negativen Zahl.....	71
3.1 Negative Zahlen als Gegenstandsbereich	71
3.1.1 Wissenschaftshistorische und fachliche Perspektive auf negative Zahlen.....	73

3.1.2	Zahlbereichserweiterungen im Zusammenhang mit negativen Zahlen.....	74
3.1.3	Forschungsstand und Forschungsinteresse	76
3.1.4	Die Ordnungsrelation im Zusammenhang mit negativen Zahlen	78
3.1.5	Klassen von Situationen in Zusammenhang mit dem Größenvergleich ganzer Zahlen.....	83
3.1.6	Fokussierungsebenen im Zusammenhang mit dem Begriff der negativen Zahl	85
3.2	Zugänge zum Begriff der negativen Zahl.....	95
3.2.1	Kontexte für die Einführung negativer Zahlen	95
3.2.2	Modelle für die Einführung negativer Zahlen	105
3.2.3	„Raus aus den Schulden“ – Eine Lernumgebung zur Einführung der negativen Zahlen	108
3.3	Fazit und Ausblick.....	124
4	Forschungsinteresse und Forschungsfragen	127
	Methodischer Teil.....	131
5	Methodologie, Methodik und Untersuchungsdesign.....	131
5.1	Von den Forschungsfragen zum Design der Untersuchung	131
5.2	Die Umsetzung des Designs in Form einer Untersuchungsplanung ..	134
5.2.1	Gestaltung der Interviews	134
5.2.2	Planung der Untersuchung.....	141
5.3	Die Aufbereitung des Datenmaterials und die Wahl der Analysemethoden.....	142
5.4	Die Breitenanalyse des Datenmaterials	145
5.5	Das Analyseschema für die Feinanalysen	147
5.5.1	Die Rekonstruktion von Situationen.....	148
5.5.2	Die Rekonstruktion von Festlegungen und Urteilen	149
5.5.3	Die Rekonstruktion von Fokussierungen.....	156
5.5.4	Die Rekonstruktion von inferentiellen Relationen	158
5.5.5	Klassen von Situationen, Kompatibilitäten und inferentielle Netze.....	163
5.6	Abschluss.....	169
	Empirischer Teil.....	171
6	Analyse der inferentiellen Netze zur Ordnung ganzer Zahlen.....	171
6.1	Feinanalyse für Nicoles Vorinterview	173
6.1.1	Einblicke in die Prozessanalyse	174

6.1.2	Phänomenanalyse des inferentiellen Netzes	187
6.1.3	Ergebnisse aus Nicles Vorinterview	214
6.2	Feinanalyse für Nicles Nachinterview	220
6.2.1	Entwicklungen des inferentiellen Netzes	220
6.2.2	Inferentielles Netz zur Ordnung der ganzen Zahlen	228
6.2.3	Ergebnisse aus Nicles Nachinterview	236
6.3	Feinanalyse für Toms Vorinterview	243
6.3.1	Negative und positive Zahlen und deren Lage	244
6.3.2	Temperaturvergleiche und die Größe der Zahlen	251
6.3.3	Die individuellen Klassen von Situationen	257
6.3.4	Ergebnisse aus Toms Vorinterview	260
6.4	Feinanalyse für Toms Nachinterview	266
6.4.1	Der Vergleich zweier negativer Zahlen	268
6.4.2	Der Vergleich positiver und negativer Zahlen und der Vergleich mit der Null	271
6.4.3	Ergebnisse aus Toms Nachinterview	276
6.5	Breitenanalyse der Vorgehensweisen	279
6.5.1	Ergebnisse für die Vorinterviews	280
6.5.2	Ergebnisse für die Nachinterviews	292
7	Rückblick und Ergebnisse	301
7.1	Zusammenfassung der Arbeit	301
7.2	Ergebnisse der Feinanalyse	305
7.2.1	Einblicke in individuelle Klassen von Situationen	305
7.2.2	Einblicke in inferentielle Netze	308
7.2.3	Einblicke in die Fokussierungen und Fokussierungsebenen	310
7.2.4	Einblicke in die geteilte Ordnungsrelation	313
7.2.5	Zusammenfassung der Ergebnisse der Feinanalyse	317
7.3	Ergebnisse der Breitenanalyse	317
7.3.1	Heterogenität des Vorwissens	318
7.3.2	Fortbestehen von Unsicherheiten und die Koexistenz von beiden Ordnungsrelationen	320
7.3.3	Rückschlüsse zum Modell der Zahlengeraden und zum Kontext Guthaben-und-Schulden	322
7.4	Ergebnisse in Bezug auf den theoretischen Rahmen	323
	Resümee und Perspektiven	327
	Literatur	335