

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung .....</b>	<b>1</b>
<b>Theoretischer Teil .....</b>	<b>7</b>
<b>1 Begriffe, Urteile und die Welt – aus philosophischer Perspektive.....</b>	<b>9</b>
1.1 Begriffliches im menschlichen Handeln .....	11
1.2 Prioritäten zwischen dem Begrifflichen und der Welt .....	15
1.3 Implizites und Explizites .....	17
1.4 Die Welt und ihre Repräsentation .....	18
1.5 Pragmatismus – Sprachpraxis als Gegenstand der Betrachtung.....	20
1.6 Das Sprachspiel und Züge darin .....	21
1.7 Die Explizierung von Urteilen als Behauptungen im Sprachspiel .....	22
1.8 Verantwortlichkeit im Sprachspiel und das Geben-Können von Gründen.....	25
1.9 Begriffliche Gehalte und die Rolle der Logik .....	27
1.10 Festlegungen, Berechtigungen und inferentielle Relationen in der diskursiven Praxis .....	30
1.11 Kompatibilitäten und Festlegungsstrukturen.....	36
1.12 Begriffe im Sinne von inferentiellen Netzen.....	38
<b>2 Begriffe im Kontext des Mathematiklernens – aus (entwicklungs-) psychologischer Perspektive .....</b>	<b>41</b>
2.1 Inferentielle Netze .....	48
2.2 Die Entwicklung inferentieller Netze – in lokaler Perspektive .....	50
2.3 Situationen, Klassen von Situationen und ihre Entwicklung .....	52
2.3.1 Situationen, inferentielle Netze und die Bedeutung von Fokussierungen .....	52
2.3.2 Gemeinsamkeiten von Situationen und Klassen von Situationen .....	57
2.3.3 Assimilation und Akkommodation im Zusammenhang mit individuellen Klassen von Situationen .....	63
2.4 Inferentielle Netze, Schemata, Begriffe und ihre Entwicklung.....	66
2.4.1 Inferentielle Netze und Schemata .....	66
2.4.2 Das Verfügen über mathematische Begriffe.....	67
<b>3 Zum Begriff der negativen Zahl.....</b>	<b>71</b>
3.1 Negative Zahlen als Gegenstandsbereich .....	71
3.1.1 Wissenschaftshistorische und fachliche Perspektive auf negative Zahlen.....	73

3.1.2	Zahlbereichserweiterungen im Zusammenhang mit negativen Zahlen.....	74
3.1.3	Forschungsstand und Forschungsinteresse .....	76
3.1.4	Die Ordnungsrelation im Zusammenhang mit negativen Zahlen .....	78
3.1.5	Klassen von Situationen in Zusammenhang mit dem Größenvergleich ganzer Zahlen.....	83
3.1.6	Fokussierungsebenen im Zusammenhang mit dem Begriff der negativen Zahl .....	85
3.2	Zugänge zum Begriff der negativen Zahl.....	95
3.2.1	Kontexte für die Einführung negativer Zahlen.....	95
3.2.2	Modelle für die Einführung negativer Zahlen .....	105
3.2.3	„Raus aus den Schulden“ – Eine Lernumgebung zur Einführung der negativen Zahlen .....	108
3.3	Fazit und Ausblick.....	124
4	<b>Forschungsinteresse und Forschungsfragen .....</b>	127
	<b>Methodischer Teil.....</b>	131
5	<b>Methodologie, Methodik und Untersuchungsdesign .....</b>	131
5.1	Von den Forschungsfragen zum Design der Untersuchung .....	131
5.2	Die Umsetzung des Designs in Form einer Untersuchungsplanung ..	134
5.2.1	Gestaltung der Interviews .....	134
5.2.2	Planung der Untersuchung.....	141
5.3	Die Aufbereitung des Datenmaterials und die Wahl der Analysemethoden.....	142
5.4	Die Breitenanalyse des Datenmaterials .....	145
5.5	Das Analyseschema für die Feinanalysen .....	147
5.5.1	Die Rekonstruktion von Situationen.....	148
5.5.2	Die Rekonstruktion von Festlegungen und Urteilen .....	149
5.5.3	Die Rekonstruktion von Fokussierungen.....	156
5.5.4	Die Rekonstruktion von inferentiellen Relationen .....	158
5.5.5	Klassen von Situationen, Kompatibilitäten und inferentielle Netze.....	163
5.6	Abschluss.....	169
	<b>Empirischer Teil.....</b>	171
6	<b>Analyse der inferentiellen Netze zur Ordnung ganzer Zahlen.....</b>	171
6.1	Feinanalyse für Nicoles Vorinterview.....	173
6.1.1	Einblicke in die Prozessanalyse.....	174

6.1.2 Phänomenanalyse des inferentiellen Netzes .....	187
6.1.3 Ergebnisse aus Nicoles Vorinterview .....	214
6.2 Feinanalyse für Nicoles Nachinterview .....	220
6.2.1 Entwicklungen des inferentiellen Netzes .....	220
6.2.2 Inferentielles Netz zur Ordnung der ganzen Zahlen .....	228
6.2.3 Ergebnisse aus Nicoles Nachinterview .....	236
6.3 Feinanalyse für Toms Vorinterview .....	243
6.3.1 Negative und positive Zahlen und deren Lage .....	244
6.3.2 Temperaturvergleiche und die Größe der Zahlen .....	251
6.3.3 Die individuellen Klassen von Situationen .....	257
6.3.4 Ergebnisse aus Toms Vorinterview .....	260
6.4 Feinanalyse für Toms Nachinterview .....	266
6.4.1 Der Vergleich zweier negativer Zahlen .....	268
6.4.2 Der Vergleich positiver und negativer Zahlen und der Vergleich mit der Null .....	271
6.4.3 Ergebnisse aus Toms Nachinterview .....	276
6.5 Breitenanalyse der Vorgehensweisen .....	279
6.5.1 Ergebnisse für die Vorinterviews .....	280
6.5.2 Ergebnisse für die Nachinterviews .....	292
<b>7 Rückblick und Ergebnisse .....</b>	<b>301</b>
7.1 Zusammenfassung der Arbeit .....	301
7.2 Ergebnisse der Feinanalyse .....	305
7.2.1 Einblicke in individuelle Klassen von Situationen .....	305
7.2.2 Einblicke in inferentielle Netze .....	308
7.2.3 Einblicke in die Fokussierungen und Fokussierungsebenen .....	310
7.2.4 Einblicke in die geteilte Ordnungsrelation .....	313
7.2.5 Zusammenfassung der Ergebnisse der Feinanalyse .....	317
7.3 Ergebnisse der Breitenanalyse .....	317
7.3.1 Heterogenität des Vorwissens .....	318
7.3.2 Fortbestehen von Unsicherheiten und die Koexistenz von beiden Ordnungsrelationen .....	320
7.3.3 Rückschlüsse zum Modell der Zahlengeraden und zum Kontext Guthaben-und-Schulden .....	322
7.4 Ergebnisse in Bezug auf den theoretischen Rahmen .....	323
<b>Resümee und Perspektiven .....</b>	<b>327</b>
<b>Literatur .....</b>	<b>335</b>