

Inhaltsverzeichnis

I	Distributionen und Differentialoperatoren	1
1	Frécheträume	2
1.1	Konvergenzbegriffe und Funktionenräume	3
1.2	Halbnormen und lokalkonvexe Topologien	7
1.3	Stetige lineare Abbildungen und Isomorphien	13
1.4	Prinzipien der Funktionalanalysis	19
1.5	Aufgaben	24
2	Distributionen	27
2.1	Testfunktionen	27
2.2	Schwache Ableitungen und Distributionen	35
2.3	Träger von Distributionen	41
2.4	Tensorprodukte von Distributionen	45
2.5	Faltung von Distributionen	48
2.6	Aufgaben	52
3	Fourier-Transformation	56
3.1	Schnell fallende Funktionen	58
3.2	Hermite-Funktionen	62
3.3	Temperierte Distributionen	66
3.4	Holomorphe Fourier-Transformierte	68
3.5	Aufgaben	73
4	Sobolev-Räume	77
4.1	Approximationssätze	77
4.2	Sobolev-Hilberträume	82
4.3	Einbettungssätze	86
4.4	Fortsetzungsoperatoren	91
4.5	Spuroperatoren	96
4.6	Aufgaben	99
5	Lineare Differentialoperatoren	102
5.1	Die Wärmeleitungsgleichung auf \mathbb{R}^n	102
5.2	Beispiele von Fundamentallösungen	107
5.3	Konstruktion von Fundamentallösungen	111
5.4	Regularität von Lösungen	116
5.5	Elliptische Differentialoperatoren	120
5.6	Randwertprobleme	125
5.7	Aufgaben	129
II	Lokalkonvexe Methoden der Analysis	133
6	Topologische Vektorräume	135
6.1	Lineare Topologien	136

6.2	Lokalbeschränkte Räume und Quasi-Normen	141
6.3	Aufgaben	144
7	Lokalkonvexe Räume	146
7.1	Das Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit	147
7.2	Projektive Topologien	149
7.3	Induktive lokalkonvexe Topologien	153
7.4	(LF)-Räume	158
7.5	Gewebe und der Satz vom abgeschlossenen Graphen	162
7.6	Aufgaben	167
8	Dualität	170
8.1	Polare lokalkonvexe Topologien	170
8.2	Reflexive Räume	175
8.3	(DF)-Räume	180
8.4	Exakte Sequenzen	183
8.5	Kompakte konvexe Mengen	187
8.6	Aufgaben	193
9	Lösung linearer Gleichungen	197
9.1	Abgeschlossene Operatoren und duale Operatoren	198
9.2	Normal auflösbare und surjektive Operatoren	202
9.3	Die Mittag-Leffler-Methode	206
9.4	Globale Lösbarkeit linearer Differentialgleichungen	209
9.5	Stetige Lösungsoperatoren	215
9.6	Stetige lineare Lösungsoperatoren und Projektionen	218
9.7	Fortsetzung und Lifting linearer Operatoren	223
9.8	Aufgaben	227
10	Vektorfunktionen und Tensorprodukte	231
10.1	Funktionenräume und ε -Produkte	232
10.2	ε -Produkte linearer Operatoren	238
10.3	Holomorphe Funktionen und Cousin-Probleme	241
10.4	ε -Tensorprodukte und Approximationseigenschaft	246
10.5	π -Tensorprodukte und Bochner-Integrale	252
10.6	Aufgaben	258
11	Operatorideale und nukleare Räume	263
11.1	Approximationszahlen und Integraloperatoren	264
11.2	Nukleare Operatoren	269
11.3	Spuren	273
11.4	Nukleare Räume	277
11.5	Schnell fallende Folgen	283
11.6	Aufgaben	286
12	Exakte Sequenzen und Tensorprodukte	290
12.1	\mathcal{L}_∞ -Räume und Lifting-Sätze	291

12.2	\otimes -Sequenzen	296
12.3	Holomorphe Funktionen mit Randbedingungen	301
12.4	Die Eigenschaften (DN) und (Ω)	304
12.5	Ein Splitting-Satz	309
12.6	Unterräume und Quotientenräume von s	315
12.7	Aufgaben	317
III	Lineare Operatoren und Spektraltheorie	321
13	Banachalgebren	322
13.1	Grundlagen	324
13.2	Der analytische Funktionalkalkül	328
13.3	Gelfand-Theorie	334
13.4	Uniforme Algebren und gemeinsame Spektren	342
13.5	Einseitige Ideale und holomorphe Operatorfunktionen	346
13.6	Aufgaben	351
14	Fredholmoperatoren und kompakte Operatoren	354
14.1	Semi-Fredholmoperatoren und Störungssätze	355
14.2	Singuläre Integraloperatoren	362
14.3	Inversion holomorpher Fredholm-Funktionen	367
14.4	Spektralprojektionen	375
14.5	Die Weylsche Ungleichung	378
14.6	Invariante Unterräume	383
14.7	Aufgaben	388
15	C^* -Algebren und normale Operatoren	393
15.1	C^* -Algebren	394
15.2	Der stetige Funktionalkalkül	399
15.3	$*$ -Darstellungen und beschränkter Borel-Funktionalkalkül	403
15.4	Spektralmaße und -integrale	408
15.5	Spektraltheorie normaler Operatoren	412
15.6	Aufgaben	418
16	Selbstadjungierte Operatoren	421
16.1	Spektralsatz und unbeschränkter Borel-Funktionalkalkül	422
16.2	Spektren selbstadjungierter Operatoren	428
16.3	Selbstadjungierte Operatoren und Quantenmechanik	434
16.4	Erweiterung symmetrischer Operatoren	440
16.5	Halbbeschränkte Operatoren	444
16.6	Störungen selbstadjungierter Operatoren	449
16.7	Gelfand-Tripel und verallgemeinerte Eigenvektoren	457
16.8	Aufgaben	460
	Literaturverzeichnis	465
	Index	473