

Table des matières

Partie I Généralités

1	La notion de plan d'expérience	3
1.1	Introduction	3
1.2	La démarche de planification expérimentale	4
1.2.1	Objectifs	4
1.2.2	Réponse	4
1.2.3	Facteurs	5
1.2.4	Domaine expérimental	6
1.2.5	Réalisation des expériences	7
1.3	Historique	14
1.4	Guide de lecture de l'ouvrage	15
1.4.1	Positionnement	15
1.4.2	Structure	16
1.4.3	Analyse des exemples	19
1.5	Thèmes non abordés dans l'ouvrage	20
1.5.1	Plans pour modèles mixtes	21
1.5.2	Plans pour modèles non linéaires	21
1.5.3	Plans à effets de voisinage	22
1.5.4	Plans d'expérience numériques	23
1.6	Logiciels pour les plans d'expérience	23
1.7	Présentation d'une étude	24
1.7.1	Facteurs et réponse	25
1.7.2	Domaine expérimental	25
1.7.3	Codage des facteurs	26
1.7.4	Plan d'expérience utilisé	26
1.7.5	Ajustement d'un modèle d'ordre un	28
1.7.6	Ajustement d'un modèle à effets d'interactions	30
1.7.7	Ajustement d'un modèle d'ordre deux	32
1.7.8	Recherche des conditions optimales	35
1.7.9	Conclusion	36

2	Outils mathématiques pour les plans d'expérience	39
2.1	Introduction	39
2.2	Algèbre	40
2.2.1	Calcul matriciel	40
2.2.2	Projection orthogonale	41
2.2.3	Analyse spectrale	41
2.2.4	Matrices particulières	42
2.2.5	Notion de groupe	43
2.3	Probabilités	43
2.3.1	Variables aléatoires réelles	43
2.3.2	Vecteurs aléatoires	44
2.4	Statistiques	45
2.4.1	Notion d'estimateur	45
2.4.2	Modèle statistique	46
2.4.3	Modélisation linéaire	47
2.4.4	Estimation au sens des moindres carrés	49
2.4.5	Prédiction de la réponse moyenne	50
2.5	Analyse de la variance	51
2.5.1	Décomposition fondamentale	51
2.5.2	Coefficient de corrélation linéaire multiple	53
2.5.3	Estimation de σ^2	54
2.5.4	Décomposition plus fine de SSE	55
2.6	Tests d'hypothèses	58
2.6.1	Exemple introductif	58
2.6.2	Cas général	59
2.6.3	Test de validité du modèle	60
2.6.4	Test de significativité des paramètres	61
2.6.5	Test d'ajustement du modèle	62
2.6.6	Exemples	63
2.7	(Compléments) Démonstrations	69

Partie II Plans d'expérience pour facteurs quantitatifs

3	Plans d'expérience pour modèles d'ordre un	77
3.1	Introduction	77
3.2	Généralités	78
3.2.1	Variables codées	78
3.2.2	Modèle utilisé	79
3.2.3	Moments d'un plan d'expérience	79
3.2.4	Plans d'expérience usuels	80
3.3	Plans factoriels complets	82
3.3.1	Définition	82

3.3.2	Propriétés	84
3.3.3	Intérêt des réplifications centrales.....	85
3.4	Fractions régulières de plans factoriels.....	86
3.4.1	Exemple	86
3.4.2	Contrastes et produit d'Hadamard	87
3.4.3	Générateurs d'une fraction régulière	89
3.4.4	Fractions régulières de résolution III	92
3.4.5	Taille des plans factoriels	93
3.5	Plans simplexes	94
3.5.1	Définition	94
3.5.2	Propriétés	96
3.6	Plans de Plackett et Burman	97
3.6.1	Définition	97
3.6.2	Propriétés	99
3.7	Exemple d'application	99
3.8	Résumé	106
3.9	(Compléments) Démonstrations	109
4	Plans d'expérience pour modèles à effets d'interactions	115
4.1	Introduction	115
4.2	Généralités	116
4.2.1	Modèle utilisé.....	116
4.2.2	Plans d'expérience usuels	117
4.3	Plans factoriels complets	118
4.4	Fractions régulières de plans factoriels.....	120
4.4.1	Fractions régulières de résolution V	120
4.4.2	Taille des plans factoriels	121
4.5	Généralisation à des interactions quelconques	122
4.5.1	Modèle à effets d'interactions d'ordre 3	122
4.5.2	Modèle contenant tous les effets d'interactions	125
4.5.3	Application aux fractions de résolution III	127
4.6	Utilisation de modèles incomplets.....	129
4.7	Exemple d'application	133
4.8	Résumé	143
4.9	(Compléments) Démonstrations	147
5	Plans d'expérience pour surfaces de réponse	151
5.1	Introduction	151
5.2	Généralités	152
5.2.1	Modèle utilisé.....	152
5.2.2	Plans d'expérience usuels	153
5.2.3	Inversion de la matrice des moments d'un plan usuel ...	154
5.2.4	Estimations et prédictions	155
5.2.5	Isovariance par transformations orthogonales.....	156
5.2.6	Graphes des variances extrêmes	158

5.3	Plans composites centrés	161
5.3.1	Définition	161
5.3.2	Propriétés	162
5.3.3	Intérêt des réplifications centrales	166
5.3.4	Plans composites centrés de petite taille	168
5.3.5	Taille des plans composites centrés	169
5.4	Plans de Box et Behnken	170
5.4.1	Définition	170
5.4.2	Propriétés	172
5.5	Plans simplexes augmentés	173
5.5.1	Définition	173
5.5.2	Propriétés	175
5.6	Plans hybrides	176
5.6.1	Définition	176
5.6.2	Propriétés	178
5.7	Exemple d'application	180
5.8	Résumé	188
5.9	(Compléments) Résultats théoriques	193
5.9.1	Quelques résultats de calcul matriciel	193
5.10	(Compléments) Démonstrations	194
6	Plans d'expérience en blocs	203
6.1	Introduction	203
6.2	Généralités	204
6.2.1	Modèle utilisé	204
6.2.2	Plans d'expérience usuels	206
6.2.3	Inversion de la matrice des moments généralisée	208
6.2.4	Estimations et prédictions	208
6.2.5	Comparaison des effets de blocs	211
6.3	Plans bloqués orthogonalement	212
6.3.1	Définition	212
6.3.2	Reconstruction de l'information	213
6.3.3	Isovariance par transformations orthogonales	214
6.3.4	Une méthode universelle de blocage orthogonal	216
6.4	Exemples de constructions	217
6.4.1	Plans composites centrés	217
6.4.2	Plans de Box et Benkhen	221
6.4.3	Plans hybrides	223
6.5	Exemple d'application	224
6.6	Résumé	232
6.7	(Compléments) Démonstrations	239

7	Plans d'expérience pour mélanges	249
7.1	Introduction	249
7.2	Généralités	250
7.2.1	Hypothèses fondamentales	250
7.2.2	Représentation graphique d'un mélange	250
7.2.3	Notation standard des réponses	253
7.3	Modèles pour mélanges	254
7.3.1	Modèle d'ordre un	254
7.3.2	Modèle d'ordre deux	255
7.3.3	Modèle d'ordre trois complet	257
7.3.4	Modèle synergique d'ordre trois	258
7.3.5	Modèle synergique d'ordre quelconque	260
7.3.6	Résumé	261
7.3.7	Analyse de la variance	262
7.4	Réseaux de Scheffé	263
7.4.1	Définition	263
7.4.2	Ajustement de divers modèles	264
7.5	Réseaux de Scheffé centrés	267
7.5.1	Définition	267
7.5.2	Ajustement d'un modèle synergique	269
7.6	Autres plans pour mélanges	270
7.6.1	Réseaux de Scheffé déséquilibrés	270
7.6.2	Autres types de plans d'expérience	271
7.7	Introduction d'effets de blocs	272
7.7.1	Modèle à effets de blocs	272
7.7.2	Singularité liée au modèle	273
7.7.3	Plans bloqués orthogonalement	274
7.7.4	Estimation des effets de blocs	275
7.8	Exemple d'application	276
7.9	Résumé	284
7.10	(Compléments) Résultats théoriques	287
7.10.1	Ajustement d'un modèle synergique	287
7.11	(Compléments) Démonstrations	289

Partie III Plans d'expérience pour facteurs qualitatifs

8	Plans d'expérience pour facteurs qualitatifs	303
8.1	Introduction	303
8.2	Généralités	304
8.2.1	Codage des facteurs qualitatifs	304
8.2.2	Notation standard des réponses	305
8.2.3	Matrice d'incidence	306
8.2.4	Modèle additif	308
8.2.5	Contraintes d'identification	309

8.2.6	Application au modèle additif	310
8.2.7	Plan d'expérience orthogonal	311
8.2.8	Propriétés des plans orthogonaux	312
8.2.9	Analyse de la variance	313
8.3	Plans factoriels complets	314
8.3.1	Définition	314
8.3.2	Propriétés	315
8.4	Fractions régulières de plans factoriels	316
8.4.1	Cas particulier des facteurs à deux modalités	317
8.4.2	Cas général	319
8.4.3	Générateurs d'une fraction régulière	321
8.4.4	Fractions régulières de résolution III	323
8.5	Autres types de plans fractionnaires	324
8.5.1	Existence de plans orthogonaux de petite taille	324
8.5.2	Fractions pour nombre de modalités non premier	326
8.5.3	Fractions asymétriques	328
8.6	Plans en carrés latins	330
8.6.1	Utilisation de carrés latins	330
8.6.2	Utilisation de carrés gréco-latins	332
8.6.3	Utilisation de carrés hyper-gréco-latins	335
8.7	Autres types de plans d'expérience	336
8.7.1	Tables de Taguchi	336
8.7.2	Transformations conservant l'orthogonalité	337
8.7.3	Plans produit	339
8.7.4	Tableaux orthogonaux	340
8.7.5	Plans obtenus numériquement	341
8.8	Introduction d'effets d'interaction	342
8.9	Exemple d'application	345
8.10	Résumé	351
8.11	(Compléments) Démonstrations	355
9	Plans d'expérience en blocs pour facteurs qualitatifs	363
9.1	Introduction	363
9.2	Généralités	364
9.2.1	Modèle pour plans en blocs	364
9.2.2	Matrices et valeurs remarquables	365
9.2.3	Contraintes d'identification	367
9.2.4	Equations normales	367
9.3	Plans en blocs complets	371
9.3.1	Définition et propriétés	371
9.3.2	Estimation des divers effets	372
9.4	Plans en blocs incomplets équilibrés	374
9.4.1	Définition et propriétés	374
9.4.2	Estimation des divers effets	376
9.4.3	Construction des BIBD	378

9.5	Plans en blocs partiellement équilibrés	380
9.5.1	Définition et propriétés	380
9.5.2	Estimation des divers effets	382
9.5.3	Construction des GDD	385
9.5.4	Généralisations	386
9.6	Plans cycliques	388
9.6.1	Définition	388
9.6.2	Propriétés	389
9.7	Exemple d'application	390
9.8	Résumé	394
9.9	(Compléments) Résultats théoriques	399
9.9.1	Analyse d'un plan cyclique	399
9.10	(Compléments) Démonstrations	402

Partie IV Optimalité des plans d'expérience

10	Critères d'optimalité	417
10.1	Introduction	417
10.2	Rappels et compléments	418
10.2.1	Ensembles ordonnés	418
10.2.2	Ordres sur les vecteurs	418
10.2.3	Matrice d'information	421
10.2.4	Complément d'analyse spectrale	426
10.3	Optimalité uniforme	427
10.3.1	Exemple introductif	427
10.3.2	Extension au cas vectoriel	428
10.3.3	Propriétés	429
10.3.4	Généralisation	431
10.4	Critères d'efficacité	433
10.4.1	Généralités et hypothèses	433
10.4.2	Le critère de A-efficacité	434
10.4.3	Le critère de D-efficacité	435
10.4.4	Le critère de E-efficacité	436
10.4.5	Le critère général de Φ_q -efficacité	437
10.4.6	Propriétés	438
10.4.7	Caractérisation des plans d'expérience Φ_q -optimaux	440
10.4.8	Plans Φ_q -optimaux obtenus numériquement	443
10.5	Optimalité universelle	445
10.5.1	Définition	445
10.5.2	Propriétés	447
10.6	Exemples d'applications	448
10.6.1	Plans optimaux pour modèles d'ordre un	449
10.6.2	Plans optimaux pour modèles avec interactions	450
10.6.3	Plans optimaux pour surfaces de réponse	451

10.6.4 Plans optimaux pour modèles à effets de blocs	456
10.6.5 Plans optimaux pour modèles à facteurs qualitatifs	457
10.7 Résumé	460
10.8 (Compléments) Démonstrations	465

Partie V Annexes

A Plans factoriels et représentation linéaire des groupes	485
A.1 Représentation linéaire des groupes finis	485
A.2 Application aux plans à deux niveaux	488
A.2.1 Cas des plans factoriels complets	488
A.2.2 Cas des fractions régulières	492
A.3 Généralisation	495
A.3.1 Cas des plans factoriels complets	496
A.3.2 Cas des fractions régulières	500
B Plans d'expérience classiques	507
B.1 Plans factoriels complets	507
B.2 Fractions régulières de plans complets	508
B.3 Plans simplexes	508
B.4 Plans de Plackett et Burman	509
B.5 Plans composites centrés	509
B.6 Plans de Box et Behnken	510
B.7 Plans simplexes augmentés	510
B.8 Plans hybrides	511
B.9 Réseaux de Scheffé	512
B.10 Réseaux de Scheffé centrés	512
B.11 Plans factoriels complets pour facteurs qualitatifs	513
B.12 Fractions régulières de plans complets pour facteurs qualitatifs	513
B.13 Plans en carrés latins	514
B.14 Tables de Taguchi	515
B.15 Plans en blocs complets	516
B.16 Plans en blocs incomplets équilibrés	516
B.17 Plans en blocs partiellement équilibrés	516
C Notations utilisées	519
Bibliographie	523
Index	531