

Inhaltsverzeichnis

1	Arithmetik	1
1.1	Mengen	1
1.2	Aussageformen und logische Zeichen	4
1.3	Einteilung der Zahlen	8
1.4	Grundrechenarten	11
1.5	Grundlegende Rechenregeln	12
1.5.1	Buchstabenrechnen	12
1.5.2	Kehrwert, Quersumme	12
1.5.3	Teilbarkeitsregeln	12
1.5.4	Punktrechnung vor Strichrechnung	13
1.5.5	Potenzrechnung vor Punktrechnung	13
1.5.6	Grundgesetze der Addition und Multiplikation	14
1.5.7	Grundregeln der Klammerrechnung	14
1.5.8	Multiplikation mit Klammern	15
1.5.9	Indizes, Summenzeichen, Produktzeichen	17
1.5.10	Binomische Formeln	18
1.5.11	Division mit Klammern	18
1.6	Bruchrechnung	19
1.6.1	Definitionen	19
1.6.2	Erweitern und Kürzen	20
1.6.3	Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche	21
1.6.4	Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche	21
1.6.5	Multiplizieren von Brüchen	22
1.6.6	Dividieren von Brüchen	23
1.7	Potenz- und Wurzelrechnung	24
1.7.1	Definition der Potenz	24
1.7.2	Regeln der Potenzrechnung	25
1.7.3	Definition der Wurzel	28
1.7.4	Regeln der Wurzelrechnung	29

1.8	Dezimalzahlen und Dualzahlen.....	33
1.8.1	Dezimalsystem	34
1.8.2	Dualsystem	35
1.8.3	Runden.....	36
1.9	Logarithmen.....	36
1.9.1	Definition des Logarithmus	36
1.9.2	Spezielle Basen	37
1.9.3	Regeln der Logarithmenrechnung.....	38
1.9.4	Zusammenhang von Logarithmen mit verschiedenen Basen ...	39
1.9.5	Dekadische Logarithmen	40
1.10	Mittelwerte	41
1.10.1	Arithmetisches Mittel	41
1.10.2	Geometrisches Mittel.....	41
1.10.3	Harmonisches Mittel	42
1.10.4	Quadratisches Mittel	42
1.11	Ungleichungen.....	43
1.11.1	Definitionen und Rechenregeln	43
1.11.2	Absolutbetrag	44
1.11.3	Intervalle	45
1.12	Komplexe Zahlen.....	47
1.12.1	Algebraische Form.....	47
1.12.2	Trigonometrische Form	49
1.12.3	Addieren und Subtrahieren komplexer Zahlen.....	50
1.12.4	Multiplizieren komplexer Zahlen	51
1.12.5	Dividieren komplexer Zahlen.....	52
1.12.6	Potenzieren komplexer Zahlen	54
1.12.7	Radizieren komplexer Zahlen.....	55
1.12.8	Eulersche Formel	57
1.13	Beweisprinzipien	58
1.13.1	Direkter Beweis.....	58
1.13.2	Beweis durch Kontraposition.....	59
1.13.3	Widerspruchsbeweis (indirekter Beweis).....	59
1.13.4	Beweis mit vollständiger Induktion.....	59
2	Gleichungen.....	63
2.1	Gleichungsarten.....	63
2.2	Äquivalente Umformungen.....	66
2.3	Lineare Gleichungen.....	67
2.4	Proportionen	69
2.5	Quadratische Gleichungen.....	71
2.5.1	Definitionen	71
2.5.2	Lösungsverfahren.....	71
2.5.3	Satz von Viëta für quadratische Gleichungen	77

2.6	Algebraische Gleichungen höheren Grades.	78
2.6.1	Kubische Gleichungen.	78
2.6.2	Polynomdivision	80
2.6.3	Gleichungen vierten Grades	82
2.6.4	Gleichungen n -ten Grades	86
2.6.5	Satz von Viëta für Gleichungen n -ten Grades	87
2.7	Auf algebraische Gleichungen zurückführbare Gleichungen	89
2.7.1	Bruchgleichungen	89
2.7.2	Wurzelgleichungen	90
2.8	Transzendente Gleichungen	93
2.8.1	Exponentialgleichungen	93
2.8.2	Logarithmische Gleichungen	94
2.8.3	Trigonometrische Gleichungen	95
2.9	Lineare Gleichungssysteme	96
2.9.1	Definitionen	96
2.9.2	Zwei lineare Gleichungen mit zwei Variablen.	97
2.9.3	Drei lineare Gleichungen mit drei Variablen.	101
2.9.4	Matrizen und Determinanten	103
2.10	Lineare Ungleichungen.	115
2.10.1	Definitionen	115
2.10.2	Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	115
2.10.3	Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen.	116
2.10.4	Lineare Ungleichungssysteme mit zwei Variablen	118
3	Planimetrie	121
3.1	Geraden und Strecken.	121
3.2	Winkel.	122
3.3	Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal	126
3.4	Projektion	129
3.5	Geometrische Örter.	130
3.6	Dreiecke	131
3.6.1	Allgemeine Dreiecke	131
3.6.2	Gleichschenklige Dreiecke	133
3.6.3	Gleichseitige Dreiecke	133
3.6.4	Rechtwinklige Dreiecke.	134
3.6.5	Besondere Geraden, Strecken und Kreise.	135
3.6.6	Flächensätze im rechtwinkligen Dreieck	139
3.6.7	Kongruenz von Dreiecken	141
3.6.8	Grundkonstruktionen des Dreiecks	143
3.7	Vierecke.	146
3.7.1	Allgemeine Vierecke	146
3.7.2	Trapeze.	148
3.7.3	Parallelogramme.	149

3.7.4	Rhomben	150
3.7.5	Rechtecke	150
3.7.6	Quadrate	151
3.7.7	Drachen	151
3.7.8	Sehnenvierecke	152
3.7.9	Tangentenvierecke	153
3.8	Reguläre n -Ecke	154
3.9	Polygone	156
3.10	Kreise	157
3.10.1	Definitionen	157
3.10.2	Kreissectoren	159
3.10.3	Kreissegmente	160
3.10.4	Kreise und Geraden	161
3.10.5	Winkelsätze am Kreis	161
3.10.6	Eigenschaften von Sekanten und Sehnen	162
3.10.7	Tangentenkonstruktionen	163
3.10.8	Sätze über Sehnen, Sekanten, Tangenten	165
3.10.9	Bogenmaß	166
3.11	Symmetrie	168
3.11.1	Punktsymmetrie	168
3.11.2	Achsensymmetrie	168
3.12	Ähnlichkeit	168
3.12.1	Zentrische Streckung	168
3.12.2	Strahlensätze	169
3.12.3	Ähnliche Figuren	170
3.12.4	Streckenteilungen	172
4	Stereometrie	177
4.1	Prismen	177
4.1.1	Allgemeine Prismen	177
4.1.2	Parallelepiped und Würfel	178
4.2	Zylinder	180
4.2.1	Allgemeine Zylinder	180
4.2.2	Gerade Kreiszylinder	181
4.2.3	Hohlzylinder	182
4.3	Pyramiden	182
4.3.1	Allgemeine Pyramiden	182
4.3.2	Gerade quadratische Pyramiden	184
4.4	Kegel	185
4.4.1	Allgemeine Kegel	185
4.4.2	Gerade Kreiskegel	186
4.5	Cavalierisches Prinzip	187

4.6	Pyramidenstümpfe und Kegelstümpfe	187
4.6.1	Pyramidenstümpfe	187
4.6.2	Kegelstümpfe	188
4.7	Platonische Körper	190
4.8	Kugeln	192
4.8.1	Definitionen	192
4.8.2	Kugelsegmente	193
4.8.3	Kugelsektoren	194
4.8.4	Kugelschichten	195
5	Funktionen	197
5.1	Definition und Darstellungen von Funktionen	197
5.1.1	Definitionen	197
5.1.2	Funktionsgleichung	198
5.1.3	Graph einer Funktion	200
5.1.4	Wertetabelle einer Funktion	201
5.2	Verhalten von Funktionen	201
5.2.1	Monotone Funktionen	201
5.2.2	Symmetrische Funktionen	203
5.2.3	Beschränkte Funktionen	204
5.2.4	Injektive Funktionen	205
5.2.5	Surjektive Funktionen	206
5.2.6	Bijektive Funktionen	206
5.2.7	Periodische Funktionen	207
5.2.8	Umkehrfunktionen	207
5.2.9	Reelle und komplexe Funktionen	209
5.3	Einteilung der elementaren Funktionen	210
5.4	Ganze rationale Funktionen	214
5.4.1	Konstante Funktionen	214
5.4.2	Lineare Funktionen	215
5.4.3	Quadratische Funktionen	218
5.4.4	Kubische Funktionen	227
5.4.5	Ganze rationale Funktionen n -ten Grades	228
5.4.6	Horner-Schema	231
5.5	Gebrochene rationale Funktionen	232
5.5.1	Nullstellen, Pole, Asymptoten	232
5.5.2	Partialbruchzerlegung	240
5.6	Irrationale Funktionen	243
5.7	Transzendente Funktionen	246
5.7.1	Exponentialfunktionen	246
5.7.2	Logarithmusfunktionen	248

6	Trigonometrie	251
6.1	Definition der trigonometrischen Funktionen	251
6.2	Trigonometrische Funktionen für beliebige Winkel	254
6.3	Beziehungen für den gleichen Winkel	256
6.4	Graphen der trigonometrischen Funktionen	257
6.5	Reduktionsformeln	260
6.6	Additionstheoreme	261
6.7	Sinussatz und Kosinussatz	264
6.8	Grundaufgaben der Dreiecksberechnung	265
6.9	Arkusfunktionen	269
7	Analytische Geometrie	275
7.1	Koordinatensysteme	275
7.1.1	Kartesisches Koordinatensystem der Ebene	276
7.1.2	Polarkoordinatensystem der Ebene	277
7.1.3	Zusammenhang zwischen kartesischen und Polarkoordinaten	277
7.1.4	Kartesisches Koordinatensystem des Raums	280
7.1.5	Kugelkoordinatensystem des Raums	280
7.1.6	Zylinderkoordinatensystem des Raums	282
7.2	Geraden	283
7.2.1	Geradengleichungen	283
7.2.2	Abstände	289
7.3	Kreise	291
7.3.1	Kreisgleichungen	291
7.3.2	Berechnung von Kreisen	294
7.3.3	Kreis und Gerade	295
7.4	Kugeln	300
7.5	Kegelschnitte	301
7.5.1	Ellipsen	304
7.5.2	Hyperbeln	308
7.5.3	Parabeln	314
7.5.4	Anwendungen	319
7.6	Graphisches Lösen von Gleichungen	324
7.7	Vektoren	329
7.7.1	Definitionen	329
7.7.2	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	330
7.7.3	Addition und Subtraktion zweier Vektoren	330
7.7.4	Komponentendarstellung von Vektoren in der Ebene	332
7.7.5	Komponentendarstellung von Vektoren im Raum	333
7.7.6	Skalarprodukt	334
7.7.7	Vektorprodukt	336
7.7.8	Spatprodukt	337

8	Differential- und Integralrechnung	341
8.1	Folgen	341
8.1.1	Grundbegriffe	341
8.1.2	Arithmetische Folgen	343
8.1.3	Geometrische Folgen	343
8.1.4	Grenzwert einer Folge	344
8.1.5	Tabelle einiger Grenzwerte	345
8.1.6	Divergente Folgen	346
8.2	Reihen	347
8.2.1	Definitionen	347
8.2.2	Arithmetische Reihen	350
8.2.3	Geometrische Reihen	351
8.2.4	Harmonische Reihen	352
8.2.5	Alternierende Reihen	353
8.3	Grenzwerte von Funktionen	354
8.3.1	Grenzwert an einer endlichen Stelle	354
8.3.2	Einseitige Grenzwerte	356
8.3.3	Grenzwert im Unendlichen	356
8.3.4	Rechenregeln für Grenzwerte	357
8.3.5	Unbestimmte Ausdrücke	358
8.3.6	Stetigkeit einer Funktion	359
8.3.7	Unstetigkeitsstellen	360
8.4	Ableitung einer Funktion	362
8.4.1	Definitionen	362
8.4.2	Differentiationsregeln	364
8.4.3	Höhere Ableitungen	368
8.4.4	Ableitungen einiger algebraischer Funktionen	369
8.4.5	Ableitungen einiger transzendenter Funktionen	370
8.4.6	Sekanten und Tangenten	373
8.4.7	Extremwerte von Funktionen	374
8.4.8	Krümmungsverhalten von Funktionen	376
8.4.9	Wendepunkte von Funktionen	378
8.4.10	Kurvendiskussion	379
8.4.11	Anwendungsbeispiele	381
8.4.12	Näherungsverfahren zur Nullstellenbestimmung	382
8.5	Integralrechnung	385
8.5.1	Unbestimmtes Integral	385
8.5.2	Integrationsregeln	387
8.5.3	Unbestimmte Integrale einiger algebraischer Funktionen	392
8.5.4	Unbestimmte Integrale einiger transzendenter Funktionen	393
8.5.5	Bestimmtes Integral	394
8.5.6	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	396

8.5.7	Eigenschaften des bestimmten Integrals	397
8.5.8	Einige Anwendungen der Integralrechnung	399
8.6	Funktionenreihen	404
8.6.1	Definitionen	404
8.6.2	Potenzreihen	406
8.6.3	Fourier-Reihen	410
9	Kombinatorik	419
9.1	Kombinatorische Grundprinzipien	419
9.2	Fakultäten, Binomialkoeffizienten und Pascalsches Dreieck	421
9.3	Binomischer Lehrsatz	424
9.4	Permutationen und Variationen	425
9.5	Kombinationen	427
9.6	Permutationen mit eingeschränkter Wiederholung	431
9.7	Multinomialsatz	432
9.8	Prinzip der Inklusion und Exklusion	433
10	Wahrscheinlichkeitsrechnung	437
10.1	Zufällige Ereignisse	437
10.2	Absolute und relative Häufigkeit von Ereignissen	440
10.3	Stichproben	441
10.4	Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit	448
10.5	Klassische Definition der Wahrscheinlichkeit	450
10.6	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	457
10.7	Zufallsvariablen	461
	Symbole und Bezeichnungsweisen	465
	Mathematische Konstanten	469
	Das griechische Alphabet	471
	Literaturverzeichnis	473
	Sachverzeichnis	475