

Inhaltsverzeichnis

1	Logik, Mengen, Zahlensysteme	21
1.1	Aussagenlogik	21
1.1.1	Allgemeines	21
1.1.2	Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen	23
1.1.3	BOOLEsche Algebra	25
1.1.4	Normalformen	27
1.2	Prädikatenlogik	29
1.3	Mengen	30
1.3.1	Allgemeines	30
1.3.2	Mengenoperationen	33
1.3.3	Beziehungen, Gesetze, Rechenregeln	35
1.3.4	Relationen	36
1.3.5	Intervalle	38
1.3.6	Unschärfe Mengen	38
1.4	Zahlensysteme	40
1.4.1	Polyadische Zahlensysteme	40
1.4.2	Römisches Zahlensystem	45
2	Arithmetik	46
2.1	Menge der reellen Zahlen	46
2.1.1	Standard-Zahlenmengen	46
2.1.2	Grundoperationen an reellen Zahlen	48
2.1.2.1	Die vier Grundrechenarten	48
2.1.2.2	Proportionen, Verhältnisgleichungen	52
2.1.2.3	Prozentrechnung	53
2.1.2.4	Näherung	54
2.1.2.5	Fehlerrechnung	55
2.1.2.6	Betrag und Signum	56
2.1.2.7	Summen- und Produktzeichen	57
2.1.3	Potenzen und Wurzeln	59
2.1.4	Logarithmen	61
2.1.5	Fakultät und Binomialkoeffizient	63
2.2	Menge der komplexen Zahlen	66
2.2.1	Grundbegriffe	66
2.2.2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	69
2.2.3	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	70
2.2.4	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	71
2.2.5	Natürliche Logarithmen komplexer Zahlen	73
2.3	Kombinatorik	74
2.3.1	Permutationen	74

2.3.2	Variationen	76
2.3.3	Kombinationen	77
2.4	Folgen	79
2.4.1	Allgemeines	79
2.4.2	Schranken, Grenzen, Grenzwert einer Folge	80
2.4.3	Arithmetische und geometrische Folgen	83
2.4.4	Finanzmathematik	86
2.4.4.1	Zinsrechnung	86
2.4.4.2	Zinseszinsrechnung	87
2.4.4.3	Rentenrechnung	88
2.4.4.4	Schuldentilgung, Annuität	89
3	Gleichungen und Ungleichungen	91
3.1	Allgemeines	91
3.2	Lineare algebraische Gleichungen und Ungleichungen	96
3.2.1	Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen	96
3.2.2	Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit mehreren Variablen	98
3.3	Nichtlineare Gleichungen	101
3.3.1	Nichtlineare algebraische Gleichungen	101
3.3.1.1	Quadratische Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen	101
3.3.1.2	Quadratisches Gleichungssystem mit zwei Variablen	103
3.3.1.3	Kubische Gleichungen	104
3.3.1.4	Gleichungen 4. Grades	106
3.3.1.5	Symmetrische Gleichungen	106
3.3.1.6	Algebraische Gleichungen n -ten Grades	107
3.3.1.7	HORNER-Schema	108
3.3.1.8	Wurzelgleichungen mit einer Variablen	111
3.3.2	Transzendente Gleichungen	111
3.3.2.1	Exponentialgleichungen	111
3.3.2.2	Logarithmische Gleichungen	112
3.3.2.3	Goniometrische Gleichungen	113
3.3.2.4	Betragsgleichungen und -ungleichungen	114
3.4	Numerische Verfahren	114
3.4.1	Bisektionsverfahren	115
3.4.2	Fixpunktiteration	116
3.4.3	NEWTONSches (Tangenten-)Näherungsverfahren	118
3.4.4	Sekantenmethode (Regula falsi)	119
3.5	Nichtlineare Gleichungssysteme	120
3.6	Grafische Lösung von Gleichungen	123

4	Elementare Geometrie	124
4.1	Planimetrie, ebene Trigonometrie	124
4.1.1	Winkel	124
4.1.2	Teilungen, Ähnlichkeit, Kongruenz, Symmetrie	126
4.1.3	Dreieck	129
4.1.3.1	Schiefwinkliges Dreieck	130
4.1.3.2	Gleichschenkliges und gleichseitiges Dreieck	135
4.1.3.3	Rechtwinkliges Dreieck	136
4.1.4	Vierecke	138
4.1.4.1	Trapez	138
4.1.4.2	Parallelogramme	139
4.1.4.3	Unregelmäßige Vierecke mit Umkreis bzw. Inkreis	140
4.1.5	Vielecke (Polygone)	141
4.1.5.1	Ebene sternförmige n -Ecke	141
4.1.5.2	Regelmäßige (reguläre) Vielecke	141
4.1.5.3	Einige bestimmte regelmäßige Vielecke	142
4.1.5.4	Konstruktion der einfachen regelmäßigen Vielecke	143
4.1.6	Der Kreis	144
4.1.6.1	Sätze zum Kreis	144
4.1.6.2	Kreisberechnungen	145
4.2	Geometrische Körper (Stereometrie)	147
4.2.1	Allgemeines	147
4.2.2	Ebenflächig begrenzte Körper (Polyeder, Vielfache)	149
4.2.2.1	Prismatische Körper	149
4.2.2.2	Pyramide, Pyramidenstumpf	150
4.2.2.3	Prismoid	151
4.2.2.4	Die fünf regelmäßigen Polyeder	152
4.2.3	Krummflächig begrenzte Körper	154
4.2.3.1	Zylinder, Zylinderabschnitt	154
4.2.3.2	Kegel, Kegelstumpf	155
4.2.3.3	Kugel	156
4.2.3.4	Tonne, Torus	158
4.2.3.5	Fraktale Geometrie	158
4.3	Sphärische Trigonometrie	160
4.3.1	Allgemeines	160
4.3.2	Rechtwinkliges sphärisches Dreieck	161
4.3.3	Schiefwinkliges sphärisches Dreieck	162
4.3.4	Berechnung sphärischer Dreiecke	164
4.3.5	Mathematische Geografie	165
5	Lineare Algebra	168
5.1	Vektorraum	168

5.2	Matrizen	172
5.2.1	Matrizenarten, Definitionen	172
5.2.1.1	Allgemeines	172
5.2.1.2	Quadratische Matrizen	174
5.2.1.3	Inverse Matrix, (Um)kehrmatrix A^{-1}	180
5.2.1.4	Rang einer Matrix	181
5.2.1.5	Matrizennormen	182
5.2.1.6	Grenzwert, Differenzialquotient, Integral	183
5.2.2	Matrizengesetze	183
5.2.2.1	Gleichheit und Summe zweier Matrizen	183
5.2.2.2	Multiplikation von Matrizen	183
5.2.3	Matrizengleichungen	186
5.2.4	Eigenwerte und Eigenvektoren quadratischer Matrizen	187
5.2.5	Numerische Verfahren	190
5.2.5.1	HOUSEHOLDER-Orthogonalisierung (-Transformation)	190
5.2.5.2	QR-Verfahren	191
5.2.5.3	Vektoriteration (Potenzmethode, v.-MISES- Verfahren)	192
5.3	Determinanten	193
5.3.1	Determinante einer quadratischen Matrix	193
5.3.2	Berechnung von Determinanten	194
5.3.3	Rechenregeln für Determinanten	196
5.3.4	Praktische Berechnung einer Determinante	197
5.4	Lineare Gleichungssysteme	198
5.4.1	Allgemeines	198
5.4.2	Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	199
5.4.3	Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme	201
5.4.3.1	Einfacher und verketteter GAUSSscher Algorithmus	202
5.4.3.2	GAUSSscher Algorithmus für Systeme mit gleicher Matrix A und m rechten Seiten	206
5.4.3.3	GAUSS-JORDAN-Verfahren zur Matrixinversion	207
5.4.3.4	GAUSSscher Algorithmus für symmetrische, positiv definite Koeffizientenmatrix, CHOLE- KY-Verfahren	208
5.4.3.5	Gleichungssysteme mit symmetrischer, tridiagonaler, positiv definiten Matrix	209
5.4.3.6	GAUSS-SEIDELsches Iterationsverfahren	209
5.4.3.7	Austauschverfahren	213
5.4.4	CRAMERSche Regel	213
5.4.5	Überbestimmte lineare Gleichungssysteme	214
5.5	Lineare Optimierung	216
5.5.1	Allgemeines	216

5.5.2	Grafische Lösung für zwei Variable	218
5.5.3	Simplexalgorithmus	219
5.6	Abbildungen	223
5.6.1	Lineare Abbildungen	223
5.6.2	Affine Abbildungen	226
5.6.2.1	Allgemeines	226
5.6.2.2	Allgemeine, nicht winkeltreue affine Abbildungen	231
5.6.2.3	Ähnlichkeitsabbildungen	234
5.6.2.4	Kongruenzabbildungen	235
5.7	Koordinatentransformation	238
5.7.1	Allgemeines	238
5.7.2	Orthogonale Koordinatentransformation in der Ebene	239
5.7.3	Orthogonale Koordinatentransformation im Raum	240
6	Vektoren, Analytische Geometrie	244
6.1	Vektoren, Grundlagen	244
6.2	Vektoralgebra	249
6.2.1	Addition und Subtraktion von Vektoren	249
6.2.2	Multiplikation von Vektoren	251
6.2.2.1	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	251
6.2.2.2	Skalarprodukt (inneres Produkt, Punktprodukt)	251
6.2.2.3	Vektorprodukt (äußeres Produkt, Kreuzprodukt)	253
6.2.2.4	Mehrfache Produkte von Vektoren	255
6.3	Koordinatensysteme	256
6.3.1	Allgemeines	256
6.3.2	Ebene (2D-)Koordinatensysteme	257
6.3.3	Räumliche (3D-)Koordinatensysteme	258
6.4	Punkte, Kurven 1. Ordnung	261
6.4.1	Punkte	261
6.4.2	Gerade, Strahl, Strecke	262
6.4.2.1	Punktmengen, Teilung einer Strecke	262
6.4.2.2	Gleichungen einer Geraden in der (x, y)-Ebene	264
6.4.2.3	Gleichungen einer Geraden im Raum	266
6.4.2.4	Abstand eines Punktes von einer Geraden	269
6.4.3	Mehrere Geraden	270
6.4.3.1	Schnittpunkt zweier Geraden	270
6.4.3.2	Schnittwinkel zweier Geraden	272
6.4.3.3	Abstand zweier Geraden	274
6.4.3.4	Drei und mehr Geraden	275
6.5	Ebenen	276
6.5.1	Eine Ebene	276
6.5.1.1	Gleichungen einer Ebene im Raum	276

	6.5.1.2	Richtungskosinus der Normalen einer Ebene	280
	6.5.1.3	Abstand eines Punktes P_1 von einer Ebene	281
	6.5.1.4	Durchstoßpunkt D einer Geraden durch eine Ebene	282
	6.5.1.5	Winkel φ zwischen Gerade und Ebene	283
	6.5.2	Zwei Ebenen	284
	6.5.3	Drei und mehr Ebenen	285
	6.5.4	Flächeninhalt, Schwerpunkt, Volumen	285
6.6	Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte)		287
	6.6.1	Allgemeines	287
	6.6.2	Kreis	289
	6.6.2.1	Gleichungen des Kreises	289
	6.6.2.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einem Kreis	291
	6.6.2.3	Tangente und Normale eines Kreises	292
	6.6.2.4	Polare eines Punktes in Bezug auf einen Kreis	292
	6.6.2.5	Potenz p eines Punktes in Bezug auf einen Kreis	293
	6.6.2.6	Kreisbündel	294
	6.6.3	Ellipse	294
	6.6.3.1	Gleichungen der Ellipse	294
	6.6.3.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einer Ellipse	296
	6.6.3.3	Tangente, Normale und Durchmesser einer Ellipse	297
	6.6.3.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Ellipse	298
	6.6.3.5	Krümmung einer Ellipse	298
	6.6.3.6	Haupt- und Nebenkreis einer Ellipse	299
	6.6.3.7	Flächeninhalt und Umfang von Ellipse, Ellipsensegment und Ellipsensektor	299
	6.6.3.8	Ellipsenkonstruktionen	300
	6.6.4	Parabel	302
	6.6.4.1	Gleichungen der Parabel	302
	6.6.4.2	Schnittpunkte einer Geraden mit einer Parabel	304
	6.6.4.3	Tangente und Normale einer Parabel	305
	6.6.4.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Parabel	305
	6.6.4.5	Krümmung einer Parabel	306
	6.6.4.6	Parabelsegment, Parabelbogen, Brennstrahl	306
	6.6.4.7	Parabelkonstruktionen	307
	6.6.5	Hyperbel	308
	6.6.5.1	Gleichungen der Hyperbel	309
	6.6.5.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Hyperbel	311
	6.6.5.3	Tangente und Normale einer Hyperbel	312
	6.6.5.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Hyperbel	313

	6.6.5.5	Krümmung einer Hyperbel	314
	6.6.5.6	Hyperbelsegment und Hyperbelsektor	315
	6.6.5.7	Hyperbelkonstruktionen	315
6.7		Flächen 2. Ordnung	317
	6.7.1	Allgemeines	317
	6.7.2	Kugel	318
	6.7.3	Ellipsoid	319
	6.7.4	Hyperboloid	320
	6.7.5	Kegel	322
	6.7.6	Zylinder	323
	6.7.7	Paraboloid	324
6.8		Hauptachsentransformation	326
7		Funktionen und Kurven	335
	7.1	Allgemeines	335
		7.1.1 Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	335
		7.1.2 Funktionen mit mehreren Variablen	339
	7.2	Rationale Operationen mit Funktionen	341
	7.3	Grenzwerte, unbestimmte Ausdrücke	342
		7.3.1 Grenzwert einer Funktion	342
		7.3.2 Unbestimmte Ausdrücke	345
	7.4	Eigenschaften reeller Funktionen	347
		7.4.1 Ausgewählte Eigenschaften	347
		7.4.2 Nullstellen einer Funktion	350
		7.4.3 Stetigkeit einer Funktion	351
	7.5	Ausgewählte Funktionen	354
	7.6	Rationale Funktionen	356
		7.6.1 Ganzrationale Funktionen (Polynome)	356
		7.6.2 Interpolation	359
		7.6.2.1 Allgemeines	359
		7.6.2.2 Interpolationsformel von LAGRANGE	360
		7.6.2.3 Interpolationsformel von NEWTON	361
		7.6.2.4 Interpolation durch kubische Splines	363
		7.6.3 Gebrochenrationale Funktionen	366
	7.7	Nichtrationale Funktionen	368
		7.7.1 Allgemeine Potenzfunktionen	368
		7.7.2 Exponentialfunktionen	369
		7.7.3 Logarithmusfunktionen	372
		7.7.4 Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen	373
		7.7.4.1 Allgemeines	373
		7.7.4.2 Goniometrische Beziehungen	377
		7.7.4.3 Allgemeine Sinusfunktion (harmonische Schwingung)	381
		7.7.4.4 Modulation	382

7.7.4.5	Überlagerung (Superposition) von Schwingungen	384
7.7.4.6	Komplexe Zeigerdarstellung von Sinusgrößen	388
7.7.5	Zyklometrische Funktionen, Arkusfunktionen	390
7.7.6	Hyperbelfunktionen	394
7.7.7	Areafunktionen	399
7.8	Algebraische Kurven höherer Ordnung	401
7.8.1	Kurven 3. Ordnung	402
7.8.2	Kurven 4. Ordnung	403
7.9	Zykloiden (Rollkurven)	405
7.9.1	Gewöhnliche (gespitzte) Zykloide	405
7.9.2	Epizykloiden	406
7.9.3	Hypozykloiden	408
7.10	Spirallinien	410
7.10.1	Logarithmische Spirale	410
7.10.2	ARCHIMEDISCHE Spirale	411
7.10.3	Hyperbolische Spirale	411
7.11	Weitere ebene Kurven	412
7.11.1	Kettenlinie	412
7.11.2	Traktrix	413
7.12	Komplexe Funktionen	413
7.12.1	Allgemeines	413
7.12.2	Konforme Abbildungen	416
7.12.2.1	Lineare und quadratische konforme Abbildungen	416
7.12.2.2	MÖBIUS-Abbildung und Inversion	417
8	Differenzialrechnung	421
8.1	Funktionen einer Variablen	421
8.1.1	Allgemeines	421
8.1.2	Erste Ableitungen der elementaren Funktionen	423
8.1.3	Differenziationsregeln, Ableitungsregeln	424
8.1.3.1	Grundregeln	424
8.1.3.2	Höhere Ableitungen und Differenziale	426
8.1.3.3	Differenziation impliziter Funktionen $F(x, y) = 0$	427
8.1.3.4	Differenziation von Funktionen in Parameterform	428
8.1.3.5	Differenziation von Funktionen in Polarkoordinaten	428
8.1.4	Grafische Differenziation	429
8.1.5	Numerische Differenziation	429
8.1.6	Logarithmische Differenziation	430
8.1.7	Mittelwertsätze	431

8.2	Funktionen mehrerer Variablen	432
8.2.1	Partielle Ableitung 1. Ordnung	432
8.2.2	Höhere partielle Ableitungen	433
8.2.3	Totale Ableitungen für zwei Variable	434
8.3	Anwendungen, Differenzialgeometrie	436
8.3.1	Ebene Kurven	436
8.3.1.1	Bogenelement, Differenzial der Bogenlänge	436
8.3.1.2	Tangente und Normale	436
8.3.1.3	Zwei Kurven	438
8.3.1.4	Monotonie und Krümmungsverhalten einer Funktion	439
8.3.1.5	Lokale Extrema von Funktionen	443
8.3.1.6	Besondere Punkte einer Kurve	447
8.3.1.7	Asymptoten	449
8.3.1.8	Einhüllende Kurven (Envelope)	450
8.3.1.9	Kurvendiskussion	450
8.3.2	Raumkurven	450
8.3.2.1	Darstellungen in kartesischen Koordinaten	450
8.3.2.2	Bogenelement einer Raumkurve	451
8.3.2.3	Tangente und Normale einer Raumkurve	451
8.3.2.4	Krümmung einer Raumkurve	455
8.3.2.5	Windung (Torsion)	456
8.3.3	Flächen im Raum	457
8.3.4	Extremstellen von Funktionen mit mehreren Variablen	464
9	Integralrechnung	467
9.1	Allgemeines	467
9.1.1	Unbestimmtes Integral	467
9.1.2	Bestimmtes Integral (RIEMANNsches Integral)	468
9.1.3	Uneigentliche Integrale	471
9.2	Grundintegrale, Stammintegrale	473
9.3	Integrationsregeln und -verfahren	474
9.3.1	Grundregeln der Integralrechnung	474
9.3.2	Integration durch Substitution	474
9.3.3	Partielle Integration (Produktintegration)	478
9.3.4	Integration nach Partialbruchzerlegung	478
9.3.5	Integration nach Reihenentwicklung	481
9.3.6	Grafische Integration	483
9.4	Numerische Integration	484
9.4.1	Allgemeines	484
9.4.2	NEWTON-COTES-Formeln	485
9.4.2.1	Rechteckformel	487
9.4.2.2	Sehnentrapezformel	488
9.4.2.3	SIMPSONsche Formel, KEPLERsche Fassformel	489

	9.4.2.4	NEWTONSche 3/8-Formel	490
	9.4.2.5	Tangententrapezformel	491
	9.4.3	GAUSSSches Quadraturverfahren	491
	9.4.4	ROMBERG-Quadraturverfahren	492
9.5		Bereichsintegrale, Gebietsintegrale	495
	9.5.1	Zweidimensionales Bereichsintegral, Doppelintegral	495
	9.5.2	Raumintegral, Volumenintegral, Dreifachintegral	498
9.6		Anwendungen der Integralrechnung	499
	9.6.1	Geometrische Anwendungen	499
	9.6.1.1	Flächeninhalte (Quadratur)	499
	9.6.1.2	Bogenlänge (Rektifikation)	502
	9.6.1.3	Mantelflächen von Rotationskörpern (Komplanation)	502
	9.6.1.4	Volumen von Rotationskörpern (Kubatur)	502
	9.6.1.5	Volumen eines Körpers	503
	9.6.2	Technisch-physikalische Anwendungen	504
	9.6.2.1	Bewegungen, Kinematik	504
	9.6.2.2	Arbeit	504
	9.6.2.3	Zeitlich veränderliche Ströme und Spannungen	505
	9.6.2.4	Momente 1. Grades	505
	9.6.2.5	Schwerpunkte	507
	9.6.2.6	Momente 2. Grades (Festigkeitslehre)	509
	9.6.2.7	Massenmomente 2. Grades (Dynamik)	510
10		Vektoranalysis	512
	10.1	Vektorfunktionen	512
	10.2	Felder	513
	10.3	Gradient eines skalaren Feldes	516
	10.4	Divergenz eines Vektorfeldes	518
	10.5	Rotation eines Vektorfeldes	520
	10.6	Kurvenintegrale (Linienintegrale)	522
	10.6.1	Kurvenintegral erster Art	522
	10.6.2	Kurvenintegral (zweiter Art)	523
	10.7	Flächenintegrale (Oberflächenintegrale)	528
	10.7.1	Flächenintegral erster Art	528
	10.7.2	Flächenintegral zweiter Art	529
	10.8	Integralsätze	531
	10.8.1	GAUSSScher Integralsatz	531
	10.8.2	STOKESScher Integralsatz	533
11		Differenzialgleichungen	536
	11.1	Allgemeines	536
	11.1.1	Differenzialgleichungen, Arten	536
	11.1.2	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	537

11.2	Differenzialgleichungen 1. Ordnung	542
11.2.1	Differenzialgleichungen mit trennbaren Variablen	542
11.2.2	Gleichgradige Differenzialgleichungen 1. Ordnung	544
11.2.3	Lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung	545
11.2.3.1	Homogene lineare Differenzialgleichungen	
	1. Ordnung	545
11.2.3.2	Inhomogene lineare Differenzialgleichungen	
	1. Ordnung	546
11.2.4	Totale Differenzialgleichungen	548
11.2.5	Integrierender Faktor	549
11.2.6	BERNOULLISCHE Differenzialgleichung	550
11.2.7	RICCATISCHE Differenzialgleichung	550
11.2.8	CLAIRAUTSCHE Differenzialgleichung	551
11.3	Differenzialgleichungen 2. Ordnung	552
11.3.1	Sonderfälle, Erniedrigung der Ordnung	552
11.3.2	Homogene lineare Differenzialgleichungen	
	2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	554
11.3.3	Homogene lineare Differenzialgleichungen	
	2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	555
11.3.4	Inhomogene lineare Differenzialgleichungen	
	2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	556
11.3.5	Inhomogene lineare Differenzialgleichungen	
	2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	560
11.3.6	BESSELSCHE Differenzialgleichung	562
11.3.7	Anwendungsfall Schwingungen	564
11.4	Differenzialgleichungen n -ter Ordnung	567
11.5	Lineare Differenzialgleichungssysteme	571
11.6	Näherungslösungen für Differenzialgleichungen 1. Ordnung	573
11.6.1	Verfahren unbestimmter Koeffizienten	573
11.6.2	Iterationsverfahren	575
11.7	Anfangswertprobleme	576
11.7.1	Allgemeines	576
11.7.2	Explizite Einschrittverfahren	579
11.7.2.1	Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY	579
11.7.2.2	HEUN-Verfahren	581
11.7.2.3	Klassisches Verfahren von RUNGE-KUTTA	581
11.7.2.4	Einbettungsformeln	582
11.7.3	Mehrschrittverfahren	582
11.7.3.1	Explizitverfahren von ADAMS-BASHFORTH	583
11.7.3.2	Prädiktor-Korrektor-Verfahren von ADAMS- MOULTON	583
11.7.4	Extrapolationsverfahren von BULIRSCH-STOER-GRAGG	585
11.8	Randwertprobleme	585
11.8.1	Allgemeines	585

11.8.2	Schießverfahren	587
11.8.3	Direkte Differenzenapproximation	588
11.9	Partielle Differenzialgleichungen	591
11.9.1	Allgemeines	591
11.9.2	Partielle Differenzialgleichung 1. Ordnung	591
11.9.3	Partielle Differenzialgleichung 2. Ordnung	593
12	Reihen, F- und L-Transformation	595
12.1	Unendliche Reihen	595
12.1.1	Unendliche Zahlenreihen	595
12.1.2	Summen einiger konvergenter Zahlenreihen	598
12.1.3	Potenzreihen	599
12.1.3.1	Allgemeines	599
12.1.3.2	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen	601
12.1.4	Numerische Berechnung von Reihen	604
12.1.5	Zusammenstellung fertig entwickelter Reihen	605
12.1.6	Näherungsformeln	609
12.2	FOURIER-Reihen	611
12.2.1	FOURIER-Reihe einer periodischen Funktion	611
12.2.2	Numerische harmonische Analyse	617
12.2.3	Ausgewählte FOURIER-Reihen	618
12.3	FOURIER-Transformation	624
12.4	LAPLACE-Transformation	627
12.4.1	LAPLACE-Transformation, Allgemeines	627
12.4.2	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation	629
12.4.3	Anwendungen der LAPLACE-Transformation	632
12.4.3.1	Lösung gewöhnlicher Differenzialgleichungen	632
12.4.3.2	Test linearer Übertragungsglieder	636
12.4.4	Korrespondenztabelle der LAPLACE-Transformationen	639
13	Statistik, Stochastik	643
13.1	Beschreibende (deskriptive) Statistik	643
13.1.1	Grundbegriffe	643
13.1.2	Lageparameter	647
13.1.3	Streuungsparameter	652
13.1.4	Korrelation	655
13.1.5	Lineare Ausgleichsrechnung	657
13.1.5.1	Methode der kleinsten Quadrate	657
13.1.5.2	Ausgleichende Gerade	658
13.1.5.3	Ausgleichende Parabel	659
13.1.5.4	Multiple Regression	660
13.1.6	Fehlerfortpflanzung	661
13.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	665
13.2.1	Zufallsexperiment und Ereignis	665
13.2.2	Definition der Wahrscheinlichkeit	667

13.2.3	Sätze über Wahrscheinlichkeiten	668
13.2.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit und unabhängige Ereignisse	670
13.2.5	Zufällige Variable	673
13.2.6	Kenngrößen von zufälligen Variablen	676
	13.2.6.1 Erwartungswert	676
	13.2.6.2 Varianz und Standardabweichung	678
	13.2.6.3 Schiefe und Exzess	680
13.2.7	Ausgewählte diskrete Verteilungen	681
	13.2.7.1 Diskrete Gleichverteilung	681
	13.2.7.2 BERNOULLI-Verteilung	682
	13.2.7.3 Binomialverteilung	682
	13.2.7.4 POISSON-Verteilung	685
	13.2.7.5 Hypergeometrische Verteilung	687
	13.2.7.6 Geometrische Verteilung	688
13.2.8	Ausgewählte stetige Verteilungen	689
	13.2.8.1 Stetige Gleichverteilung (Rechteckverteilung)	689
	13.2.8.2 Normalverteilung	689
	13.2.8.3 Exponentialverteilung	695
	13.2.8.4 χ^2 -Verteilung	696
	13.2.8.5 t -Verteilung (STUDENT-Verteilung)	697
13.3	Schließende (induktive) Statistik	698
13.3.1	Grundbegriffe	698
13.3.2	Punktschätzungen	699
13.3.3	Intervallschätzungen	701
	13.3.3.1 Konfidenzintervall für den Anteil p	702
	13.3.3.2 Konfidenzintervalle für den Erwartungswert μ	703
	13.3.3.3 Konfidenzintervall für die Varianz σ^2	706
13.3.4	Hypothesentests	707
	13.3.4.1 Allgemeines über Tests	707
	13.3.4.2 Test über den Anteil p	709
	13.3.4.3 Tests über den Erwartungswert μ	712
	13.3.4.4 Test über die Varianz σ^2	715
	13.3.4.5 χ^2 -Anpassungstest	716
14	Integraltabellen	719
14.1	Integrale rationaler Funktionen	720
	14.1.1 Integrale mit $ax + b$	720
	14.1.2 Integrale mit $ax + b, cx + d$	723
	14.1.3 Integrale mit $ax^2 + bx + c$	724
	14.1.4 Integrale mit $a^2 \pm x^2$	726
	14.1.5 Integrale mit $a^3 \pm x^3$	729
	14.1.6 Integrale mit $a^4 + x^4, a^4 - x^4$	730

14.2	Integrale nichtrationaler Funktionen	730
14.2.1	Integrale mit $\sqrt{x^n}$ und $(a^2 \pm b^2 x)^m$	730
14.2.2	Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}$	731
14.2.3	Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}$, $\sqrt{(cx + d)^m}$	733
14.2.4	Integrale mit $\sqrt{(a^2 + x^2)^n}$	735
14.2.5	Integrale mit $\sqrt{(a^2 - x^2)^n}$	738
14.2.6	Integrale mit $\sqrt{(x^2 - a^2)^n}$	740
14.2.7	Integrale mit $\sqrt{(ax^2 + bx + c)^n}$	743
14.3	Integrale transzendenter Funktionen	746
14.3.1	Integrale mit e^{ax} (Exponentialfunktionen)	746
14.3.2	Integrale der Hyerbelfunktionen	747
14.3.3	Integrale mit $\ln x$ (logarithmische Funktion)	749
14.3.4	Integrale mit $\sin ax$	750
14.3.5	Integrale mit $\cos ax$	753
14.3.6	Integrale mit $\sin ax$ und $\cos ax$ bzw. $\cos bx$	756
14.3.7	Integrale mit $\tan ax$ bzw. $\cot ax$	760
14.3.8	Integrale der Arkusfunktionen	762
14.3.9	Integrale der Areafunktionen	763
14.4	Bestimmte und uneigentliche Integrale	764
Anhang		772
Sachwortverzeichnis		783