

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

v

Einleitung

1

0 Wichtige Formeln, Graphische Darstellungen und Tabellen	3
0.1 Grundformeln der Elementarmathematik	3
0.1.1 Mathematische Konstanten	3
0.1.2 Winkelmessung	5
0.1.3 Flächeninhalt und Umfang ebener Figuren	7
0.1.4 Volumen und Oberflächen von Körpern	11
0.1.5 Volumen und Oberfläche der regulären Polyeder	14
0.1.6 Volumen und Oberfläche der n -dimensionalen Kugel	15
0.1.7 Grundformeln der analytischen Geometrie in der Ebene	16
0.1.8 Grundformeln der analytischen Geometrie des Raumes	26
0.1.9 Potenzen, Wurzeln und Logarithmen	27
0.1.10 Elementare algebraische Formeln	30
0.1.11 Wichtige Ungleichungen	38
0.1.12 Anwendung auf die Planetenbewegung – Triumph der Mathematik im Weltall	43
0.2 Elementare Funktionen und ihre graphische Darstellung	47
0.2.1 Transformation von Funktionen	49
0.2.2 Die lineare Funktion	51
0.2.3 Die quadratische Funktion	51
0.2.4 Die Potenzfunktion	52
0.2.5 Die Eulersche e-Funktion	53
0.2.6 Die Logarithmusfunktion	55
0.2.7 Die allgemeine Exponentialfunktion	56
0.2.8 Die Sinus- und Kosinusfunktion	57
0.2.9 Die Tangens- und Kotangensfunktion	63
0.2.10 Die Hyperbelfunktionen $\sinh x$ und $\cosh x$	66
0.2.11 Die Hyperbelfunktionen $\tanh x$ und $\coth x$	68
0.2.12 Die inversen trigonometrischen Funktionen (zyklometrische Funktionen)	70
0.2.13 Die inversen Hyperbelfunktionen	72
0.2.14 Ganze rationale Funktionen	74
0.2.15 Gebrochen rationale Funktionen	75
0.3 Standardverfahren für Praktiker	79
0.3.1 Die wichtigsten empirischen Daten für eine Messreihe	79
0.3.2 Die theoretische Verteilungsfunktion	81
0.3.3 Das Testen einer Normalverteilung	83
0.3.4 Die statistische Auswertung einer Messreihe	83
0.3.5 Der statistische Vergleich zweier Messreihen	84
0.3.6 Tabellen der mathematischen Statistik	88
0.4 Primzahltafel	102
0.5 Reihen- und Produktformeln	103
0.5.1 Spezielle Reihen	103
0.5.2 Potenzreihen	106
0.5.3 Asymptotische Reihen	117

0.5.4 Fourierreihen	120
0.5.5 Unendliche Produkte	125
0.6 Tabellen zur Differentiation von Funktionen	126
0.6.1 Differentiation der elementaren Funktionen	126
0.6.2 Differenzierungsregeln für Funktionen einer Variablen	128
0.6.3 Differenzierungsregeln für Funktionen mehrerer Variabler	130
0.7 Tabellen zur Integration von Funktionen	132
0.7.1 Integration der elementaren Funktionen	132
0.7.2 Integrationsregeln	134
0.7.3 Die Integration rationaler Funktionen	137
0.7.4 Wichtige Substitutionen	138
0.7.5 Tabelle unbestimmter Integrale	142
0.7.6 Tabelle bestimmter Integrale	179
0.8 Tabellen zu den Integraltransformationen	185
0.8.1 Fouriertransformation	185
0.8.2 LaplaceTransformation	198
0.8.3 Z-Transformation	209
Literatur zu Kapitel 0	213
1 Analysis	215
1.1 Elementare Analysis	216
1.1.1 Reelle Zahlen	216
1.1.2 Komplexe Zahlen	222
1.1.3 Anwendungen auf Schwingungen	228
1.1.4 Das Rechnen mit Gleichungen	229
1.1.5 Das Rechnen mit Ungleichungen	231
1.2 Grenzwerte von Zahlenfolgen	233
1.2.1 Grundideen	233
1.2.2 Die Hilbertsche Axiomatik der reellen Zahlen	234
1.2.3 Reelle Zahlenfolgen	238
1.2.4 Konvergenzkriterien für Zahlenfolgen	241
1.3 Grenzwerte von Funktionen	245
1.3.1 Funktionen einer reellen Variablen	245
1.3.2 Metrische Räume und Punktmengen	250
1.3.3 Funktionen mehrerer reeller Variabler	256
1.4 Differentiation von Funktionen einer reellen Variablen	259
1.4.1 Die Ableitung	259
1.4.2 Die Kettenregel	262
1.4.3 Monotone Funktionen	263
1.4.4 Inverse Funktionen	264
1.4.5 Der Taylorsche Satz und das lokale Verhalten von Funktionen	266
1.4.6 Komplexwertige Funktionen	277
1.5 Differentiation von Funktionen mehrerer reeller Variabler	277
1.5.1 Partielle Ableitungen	277
1.5.2 Die Fréchet-Ableitung	279
1.5.3 Die Kettenregel	282
1.5.4 Anwendung auf die Transformation von Differentialoperatoren	285
1.5.5 Anwendung auf die Abhängigkeit von Funktionen	288
1.5.6 Der Satz über implizite Funktionen	288
1.5.7 Inverse Abbildungen	291
1.5.8 Die n -te Variation und der Taylorsche Satz	293

1.5.9	Anwendungen auf die Fehlerrechnung	294
1.5.10	Das Fréchet-Differential	296
1.6	Integration von Funktionen einer reellen Variablen	308
1.6.1	Grundideen	308
1.6.2	Existenz des Integrals	313
1.6.3	Der Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung	315
1.6.4	Partielle Integration	316
1.6.5	Die Substitutionsregel	317
1.6.6	Integration über unbeschränkte Intervalle	320
1.6.7	Integration unbeschränkter Funktionen	321
1.6.8	Der Cauchysche Hauptwert	322
1.6.9	Anwendung auf die Bogenlänge	322
1.6.10	Eine Standardargumentation in der Physik	323
1.7	Integration von Funktionen mehrerer reeller Variabler	324
1.7.1	Grundideen	325
1.7.2	Existenz des Integrals	333
1.7.3	Rechenregeln	336
1.7.4	Das Prinzip des Cavalieri (iterierte Integration)	338
1.7.5	Die Substitutionsregel	339
1.7.6	Der Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung (Satz von Gauß-Stokes)	340
1.7.7	Das Riemannsche Flächenmaß	347
1.7.8	Partielle Integration	349
1.7.9	Krummlinige Koordinaten	350
1.7.10	Anwendungen auf den Schwerpunkt und das Trägheitsmoment	353
1.7.11	Parameterintegrale	355
1.8	Vektoralgebra	356
1.8.1	Linearkombinationen von Vektoren	357
1.8.2	Koordinatensysteme	358
1.8.3	Multiplikation von Vektoren	361
1.9	Vektoranalysis und physikalische Felder	364
1.9.1	Geschwindigkeit und Beschleunigung	364
1.9.2	Gradient, Divergenz und Rotation	367
1.9.3	Anwendungen auf Deformationen	369
1.9.4	Der Nabalkalkül	371
1.9.5	Arbeit, Potential und Kurvenintegrale	374
1.9.6	Anwendungen auf die Erhaltungsgesetze der Mechanik	376
1.9.7	Masseströmungen, Erhaltungsgesetze und der Integralsatz von Gauß	378
1.9.8	Zirkulation, geschlossene Feldlinien und der Integralsatz von Stokes	380
1.9.9	Bestimmung eines Vektorfeldes aus seinen Quellen und Wirbeln	382
1.9.10	Anwendungen auf die Maxwellschen Gleichungen des Elektromagnetismus	383
1.9.11	Der Zusammenhang der klassischen Vektoranalysis mit dem Cartanschen Differentialkalkül	385
1.10	Unendliche Reihen	386
1.10.1	Konvergenzkriterien	387
1.10.2	Das Rechnen mit unendlichen Reihen	389
1.10.3	Potenzreihen	392
1.10.4	Fourierreihen	395
1.10.5	Summation divergenter Reihen	398
1.10.6	Unendliche Produkte	399
1.11	Integraltransformationen	401
1.11.1	Die LaplaceTransformation	403
1.11.2	Die Fouriertransformation	408
1.11.3	Die Z-Transformation	414

1.12	Gewöhnliche Differentialgleichungen	418
1.12.1	Einführende Beispiele	418
1.12.2	Grundideen	427
1.12.3	Die Klassifikation von Differentialgleichungen	437
1.12.4	Elementare Lösungsmethoden	447
1.12.5	Anwendungen	464
1.12.6	Lineare Differentialgleichungssysteme und der Propagator	468
1.12.7	Stabilität	471
1.12.8	Randwertaufgaben und die Greensche Funktion	474
1.12.9	Allgemeine Theorie	479
1.13	Partielle Differentialgleichungen	482
1.13.1	Gleichungen erster Ordnung der mathematischen Physik	483
1.13.2	Gleichungen zweiter Ordnung der mathematischen Physik	511
1.14	Komplexe Funktionentheorie	527
1.14.1	Grundideen	528
1.14.2	Komplexe Zahlenfolgen	529
1.14.3	Differentiation	530
1.14.4	Integration	532
1.14.5	Die Sprache der Differentialformen	536
1.14.6	Darstellung von Funktionen	539
1.14.7	Der Residuenkalkül zur Berechnung von Integralen	545
1.14.8	Der Abbildungsgrad	547
1.14.9	Anwendungen auf den Fundamentalsatz der Algebra	548
1.14.10	Biholomorphe Abbildungen und der Riemannsche Abbildungssatz	550
1.14.11	Beispiele für konforme Abbildungen	551
1.14.12	Anwendungen auf harmonische Funktionen	560
1.14.13	Anwendungen in der Hydrodynamik	563
1.14.14	Anwendungen in der Elektrostatik und Magnetostatik	566
1.14.15	Analytische Fortsetzung und das Permanenzprinzip	566
1.14.16	Anwendungen auf die Eulersche Gammafunktion	570
Literatur zu Kapitel 1	571	
2	Algebra	575
2.1	Elementare Methoden	575
2.1.1	Kombinatorik	575
2.1.2	Determinanten	578
2.1.3	Matrizen	582
2.1.4	Lineare Gleichungssysteme	586
2.1.5	Das Rechnen mit Polynomen	592
2.1.6	Der Fundamentalsatz der klassischen Algebra von Gauß	594
2.1.7	Partialbruchzerlegung	601
2.2	Matrizenkalkül	602
2.2.1	Das Spektrum einer Matrix	602
2.2.2	Normalformen von Matrizen	604
2.2.3	Matrizenfunktionen	612
2.3	Lineare Algebra	614
2.3.1	Grundideen	614
2.3.2	Lineare Räume	615
2.3.3	Lineare Operatoren	617
2.3.4	Das Rechnen mit linearen Räumen	622
2.3.5	Dualität	626
2.5	Algebraische Strukturen	627
2.5.1	Gruppen	627

2.5.2	Ringe	633
2.5.3	Körper	636
2.6	Galoistheorie und algebraische Gleichungen	639
2.6.1	Die drei berühmten Probleme der Antike	639
2.6.2	Der Hauptsatz der Galoistheorie	639
2.6.3	Der verallgemeinerte Fundamentalsatz der Algebra	642
2.6.4	Klassifikation von Körpererweiterungen	643
2.6.5	Der Hauptsatz über Gleichungen, die durch Radikale lösbar sind	644
2.6.6	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	646
2.7	Zahlentheorie	649
2.7.1	Grundideen	649
2.7.2	Der Euklidische Algorithmus	651
2.7.3	Die Verteilung der Primzahlen	654
Literatur zu Kapitel 2		660
3	Geometrie	663
3.1	Die Grundidee der Geometrie (Erlanger Programm)	663
3.2	Elementare Geometrie	664
3.2.1	Ebene Trigonometrie	665
3.2.2	Anwendungen in der Geodäsie	672
3.2.3	Sphärische Trigonometrie	674
3.2.4	Anwendungen im Schiffs- und Flugverkehr	680
3.2.5	Die Hilbertschen Axiome der Geometrie	681
3.2.6	Das Parallelenaxiom des Euklid	685
3.2.7	Die nichteuklidische elliptische Geometrie	685
3.2.8	Die nichteuklidische hyperbolische Geometrie	686
3.3	Anwendungen der Vektoralgebra in der analytischen Geometrie	689
3.3.1	Geraden in der Ebene	689
3.3.2	Geraden und Ebenen im Raum	691
3.3.3	Volumina	693
3.4	Euklidische Geometrie (Geometrie der Bewegungen)	693
3.4.1	Die euklidische Bewegungsgruppe	693
3.4.2	Kegelschnitte	694
3.4.3	Flächen zweiter Ordnung	697
3.6	Differentialgeometrie	701
3.6.1	Ebene Kurven	702
3.6.2	Raumkurven	708
3.6.3	Die lokale Gaußsche Flächentheorie	712
3.6.4	Globale Gaußsche Flächentheorie	722
Literatur zu Kapitel 3		722
4	Grundlagen der Mathematik	727
4.1	Der Sprachgebrauch in der Mathematik	727
4.1.1	Wahre und falsche Aussagen	727
4.1.2	Implikationen	728
4.1.3	Tautologien und logische Gesetze	730
4.2	Beweismethoden	732
4.2.1	Indirekte Beweise	732
4.2.2	Induktionsbeweise	732
4.2.3	Eindeutigkeitsbeweise	733
4.2.4	Existenzbeweise	733

4.2.5	Die Notwendigkeit von Beweisen im Computerzeitalter	735
4.2.6	Falsche Beweise	737
4.3	Anschauliche Mengentheorie	738
4.3.1	Grundideen	738
4.3.2	Das Rechnen mit Mengen	740
4.3.3	Abbildungen	743
4.3.4	Gleichmächtige Mengen	747
4.3.5	Relationen	748
4.3.6	Mengensysteme	750
4.4	Mathematische Logik	751
4.4.1	Aussagenlogik	751
4.4.2	Prädikatenlogik	754
4.4.3	Die Axiome der Mengentheorie	756
4.4.4	Cantors Strukturierung des Unendlichen	757
4.5	Geschichte der axiomatischen Methode	760
Literatur zu Kapitel 4		763
5	Variationsrechnung und Physik	765
5.1	Variationsrechnung für Funktionen einer Variablen	766
5.1.1	Die Euler-Lagrangeschen Gleichungen	766
5.1.2	Anwendungen	769
5.1.3	Die Hamiltonschen Gleichungen	776
5.1.4	Anwendungen	781
5.1.5	Hinreichende Bedingungen für ein lokales Minimum	784
5.1.6	Probleme mit Nebenbedingungen und Lagrangesche Multiplikatoren	787
5.1.7	Anwendungen	788
5.1.8	Natürliche Randbedingungen	791
5.2	Variationsrechnung für Funktionen mehrerer Variabler	793
5.2.1	Die Euler-Lagrangeschen Gleichungen	793
5.2.2	Anwendungen	793
5.2.3	Probleme mit Nebenbedingungen und Lagrangesche Multiplikatoren	797
5.3	Steuerungsprobleme	798
5.3.1	Bellmansche dynamische Optimierung	799
5.3.2	Anwendungen	800
5.3.3	Das Pontryaginsche Maximumprinzip	801
5.3.4	Anwendungen	802
5.4	Extremwertaufgaben	804
5.4.1	Lokale Minimumprobleme	804
5.4.2	Globale Minimumprobleme und Konvexität	805
5.4.3	Anwendungen auf die Methode der kleinsten Quadrate von Gauß	805
5.4.4	Anwendungen auf Pseudoinverse	806
5.4.5	Probleme mit Nebenbedingungen und Lagrangesche Multiplikatoren	807
5.4.6	Anwendungen auf die Entropie	808
5.4.7	Der Subgradient	809
5.4.8	Dualitätstheorie und Sattelpunkte	810
Literatur zu Kapitel 5		811

6	Stochastik – Mathematik des Zufalls	813
6.1	Elementare Stochastik	814
6.1.1	Das klassische Wahrscheinlichkeitsmodell	815
6.1.2	Das Gesetz der großen Zahl von Jakob Bernoulli	817
6.1.3	Der Grenzwertsatz von Moivre	818
6.1.4	Die Gaußsche Normalverteilung	819
6.1.5	Der Korrelationskoeffizient	821
6.1.6	Anwendungen auf die klassische statistische Physik	824
6.2	Die Kolmogorowschen Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung	827
6.2.1	Das Rechnen mit Ereignissen und Wahrscheinlichkeiten	830
6.2.2	Zufällige Variable	834
6.2.3	Zufallsvektoren	840
6.2.4	Grenzwertsätze	845
6.2.5	Anwendungen auf das Bernoullische Modell für Folgen unabhängiger Versuche	847
6.3	Mathematische Statistik	855
6.3.1	Grundideen	855
6.3.2	Wichtige Schätzfunktionen	857
6.3.3	Die Untersuchung normalverteilter Messgrößen	858
6.3.4	Die empirische Verteilungsfunktion	861
6.3.5	Die Maximum-Likelihood-Methode zur Gewinnung von Parameterschätzungen	867
6.3.6	Multivariate Analysen	869
	Literatur zu Kapitel 6	871
7	Numerik und Wissenschaftliches Rechnen	875
7.1	Numerisches Rechnen und Fehleranalyse	876
7.1.1	Begriff des Algorithmus	876
7.1.2	Zahldarstellung in Computern	876
7.1.3	Fehlerquellen, Fehlerfassung, Kondition und Stabilität	878
7.2	Lineare Algebra	879
7.2.1	Lineare Gleichungssysteme – direkte Methoden	879
7.2.2	Iterative Lösung linearer Gleichungssysteme	884
7.2.3	Eigenwertprobleme	884
7.2.4	Ausgleichsprobleme, Methode der kleinsten Quadrate	889
7.3	Interpolation, numerische Differentiation und Quadratur	893
7.3.1	Interpolationspolynome	893
7.3.2	Numerische Differentiation	898
7.3.3	Numerische Quadratur	898
7.4	Nichtlineare Probleme	903
7.4.1	Nichtlineare Gleichungen	903
7.4.2	Nichtlineare Gleichungssysteme	905
7.4.3	Berechnung der Nullstellen von Polynomen	907
7.5	Approximation	909
7.5.1	Approximation im quadratischen Mittel	909
7.5.2	Gleichmäßige Approximation	913
7.5.3	Genäherte gleichmäßige Approximation	914
7.6	Gewöhnliche Differentialgleichungen	915
7.6.1	Anfangswertprobleme	915
7.6.2	Randwertprobleme	924
7.7	Partielle Differentialgleichungen und Wissenschaftliches Rechnen	927
7.7.1	Grundideen	927

7.7.2	Diskretisierungsverfahren in der Übersicht	928
7.7.3	Elliptische Differentialgleichungen	932
7.7.4	Parabolische Differentialgleichungen	941
7.7.5	Hyperbolische Differentialgleichungen	944
7.7.6	Adaptive Diskretisierungsverfahren	951
7.7.7	Iterative Lösung von Gleichungssystemen	954
7.7.8	Randelementmethode	963
7.7.9	Technik der hierarchischen Matrizen	965
7.7.10	Harmonische Analyse	967
7.7.11	Inverse Probleme	977
	Literatur zu Kapitel 7	979
8	Wirtschafts- und Finanzmathematik	981
8.1	Klassische Finanzmathematik und Anwendungen	981
8.1.1	Lineare Verzinsung	981
8.1.2	Zinseszinsrechnung (geometrische Verzinsung)	982
8.1.3	Rentenrechnung	984
8.1.4	Tilgungsrechnung	986
8.1.5	Kursrechnung	988
8.1.6	Barwerte und Renditen	988
8.1.7	Zinsstrukturkurve	990
8.1.8	Risikokennzahlen festverzinslicher Wertpapiere	992
8.1.9	Risikokennzahlen und Rendite von Portfolios	995
8.1.10	Finanzinnovationen	996
8.2	Lebensversicherungsmathematik	997
8.2.1	Versicherungsformen	998
8.2.2	Sterbewahrscheinlichkeiten und Sterbetafeln	998
8.2.3	Die Zahlungsströme eines Lebensversicherungsvertrages	1000
8.2.4	Die Bewertung von Zahlungsströmen und Lebensversicherungsverträgen	1002
8.2.5	Äquivalenzprinzip und Nettoprämie	1003
8.2.6	Prospektives Deckungskapital	1003
8.2.7	Prämienarten	1003
8.2.8	Der Satz von Hattendorf	1004
8.3	Schadenversicherungsmathematik	1005
8.3.1	Das kollektive Modell für eine Versicherungsperiode	1005
8.3.2	Berechnung der Gesamtschadenverteilung	1007
8.3.3	Ruintheorie, Cramér-Lundberg-Modell	1010
8.3.4	Rückversicherung und Risikoteilung	1014
8.3.5	Elemente der klassischen Extremwerttheorie	1014
8.4	Finanzmathematik in zeitlich diskreten Marktmodellen	1015
8.4.1	Wertanlagen, Handelsstrategien und Arbitrage	1015
8.4.2	Absicherung und arbitragefreie Bewertung von Optionen	1017
8.5	Finanzmathematik in zeitstetigen Marktmodellen	1021
8.5.1	Wertprozesse und Handelsstrategien	1021
8.5.2	Der Itô-Kalkül	1022
8.5.3	Das Black-Scholes-Modell	1025
8.6	Lineare Optimierung	1030
8.6.1	Primale und duale Aufgabe	1030
8.6.2	Primaler Simplexalgorithmus	1033
8.6.3	Innere-Punkte-Methode	1035
8.6.4	Parametrische lineare Optimierung	1037
8.6.5	Das klassische Transportproblem	1039
8.6.6	Das Engpasstransportproblem	1041

8.7	Nichtlineare Optimierung	1042
8.7.1	Optimalitätsbedingungen bei allgemeinen Nebenbedingungen	1044
8.7.2	Optimalitätsbedingungen bei expliziten Nebenbedingungen	1045
8.7.3	Lagrange-Dualität	1048
8.7.4	Sattelpunkte	1050
8.7.5	Lösung freier nichtlinearer Optimierungsaufgaben	1050
8.7.6	Lösung restriktiver Optimierungsaufgaben	1051
8.8	Diskrete Optimierung	1053
8.8.1	Exakte Lösung von diskreten Optimierungsaufgaben	1054
8.8.2	Dualität	1058
8.8.3	Näherungsalgorithmen	1060
8.8.4	Matroide und der Greedy-Algorithmus	1060
8.8.5	Spezielle Probleme	1061
8.9	Optimierungsprobleme über Graphen	1062
8.9.1	Kürzeste Wege in gerichteten Graphen	1063
8.9.2	Minimalgerüste	1064
8.9.3	Flussprobleme	1065
8.9.4	Kostenminimale Flüsse	1067
8.9.5	Matchings minimalen Gewichtes	1068
8.9.6	Eulersche Graphen und das Problem des chinesischen Postboten	1070
8.9.7	Hamiltonkreise und das Rundreiseproblem	1071
8.10	Mathematische Spieltheorie	1073
8.10.1	Problemstellung	1073
8.10.2	Nash-Gleichgewicht	1073
8.11	Vektoroptimierung	1075
8.11.1	Problemstellung und grundlegende Begriffe	1075
8.11.2	Lineare Skalarisierung und Optimalitätsbedingungen	1079
8.11.3	Weitere Skalarisierungstechniken	1081
8.11.4	Karush-Kuhn-Tucker-Optimalitätsbedingungen	1082
8.11.5	Dualität	1083
8.12	Portfoliooptimierung	1084
8.12.1	Das Markowitz-Portfoliooptimierungsproblem	1085
8.12.2	Lineare Skalarisierung und eigentlich effiziente Portfolios	1086
8.12.3	Dualität und Optimalitätsbedingungen	1089
8.12.4	Erweiterungen	1089
8.13	Anwendungen der Differentialrechnung in den Wirtschaftswissenschaften	1090
8.13.1	Funktionswertänderungen bei Funktionen einer Veränderlichen	1090
8.13.2	Funktionswertänderungen bei Funktionen mehrerer unabhängiger Veränderlicher	1094
8.13.3	Extremwertprobleme in den Wirtschaftswissenschaften	1095
	Literatur zu Kapitel 8	1098
9	Algorithmik und Informatik	1101
9.1	Geschichte der Informatik	1101
9.2	Alphabete, Wörter, Sprachen und Aufgaben	1107
9.2.1	Zielsetzung	1107
9.2.2	Alphabete, Wörter und Sprachen	1108
9.2.3	Algorithmische Probleme	1112
9.3	Endliche Automaten	1119
9.3.1	Zielsetzung	1119
9.3.2	Die Darstellungen der endlichen Automaten	1120
9.3.3	Simulationen	1130

9.3.4	Beweise der Nichtexistenz	1133
9.3.5	Nichtdeterminismus	1138
9.4	Turingmaschinen	1145
9.4.1	Zielsetzung	1145
9.4.2	Das Modell der Turingmaschine	1146
9.4.3	Mehrband-Turingmaschinen und Churchsche These	1153
9.4.4	Nichtdeterministische Turingmaschinen	1160
9.4.5	Kodierung von Turingmaschinen	1164
9.5	Berechenbarkeit	1165
9.5.1	Zielsetzung	1165
9.5.2	Die Methode der Diagonalisierung	1166
9.5.3	Die Methode der Reduktion	1172
9.5.4	Satz von Rice	1180
9.6	Komplexitätstheorie	1183
9.6.1	Zielsetzung	1183
9.6.2	Komplexitätsmaße	1184
9.6.3	Komplexitätsklassen und die Klasse P	1189
9.6.4	Nichtdeterministische Komplexitätsmaße	1192
9.6.5	Die Klasse NP und Beweisverifikation	1195
9.6.6	NP-Vollständigkeit	1198
9.7	Algorithmik für schwere Probleme	1213
9.7.1	Zielsetzung	1213
9.7.2	Approximationsalgorithmen	1214
9.7.3	Lokale Suche	1219
9.7.4	Simulated Annealing	1222
9.8	Randomisierung	1224
9.8.1	Zielsetzung	1224
9.8.2	Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie	1226
9.8.3	Ein randomisiertes Kommunikationsprotokoll	1228
9.8.4	Die Methode der Fingerabdrücke und die Äquivalenz von zwei Polynomen	1231
9.9	Zusammenfassung und Ausblick	1235
9.10	Unscharfe Mengen und Fuzzy-Methoden	1238
9.10.1	Unschärfe und mathematische Modellierung	1238
9.10.2	Mengenalgebra	1239
9.10.3	Unscharfe Zahlen und ihre Arithmetik	1250
9.10.4	Unscharfe Variable	1256
9.10.5	Unscharfe Relationen	1257
9.10.6	Unscharfemaße	1259
9.10.7	Wahrscheinlichkeiten unscharfer Ereignisse	1261
9.10.8	Unscharfe Maße	1262
	Literatur zu Kapitel 9	1263
	Zeittafel zur Geschichte der Mathematik	1267
	Literatur zur Geschichte der Mathematik	1272
	Mathematische Symbole	1275
	Index	1282