

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Mathematische Grundlagen	5
2.1	Koordinatensystem	5
2.2	Koordinatentransformation	7
2.3	Indexschreibweise	9
2.4	Tensoren	11
2.5	Tensoroperationen	14
2.6	Ableitungen eines Tensorfeldes	15
2.7	Divergenztheorem	16
2.8	TAYLORreihenentwicklung	18
3	Grundlagen der Elastizitätstheorie	19
3.1	Kinematische Beziehungen	19
3.1.1	Verschiebungs- und Verzerrungszustand	19
3.1.2	Linearisierter Verzerrungstensor	25
3.1.3	Starrkörperbewegung bei kleinen Verschiebungsableitungen	27
3.1.4	Transformation der Komponenten des Verzerrungstensors	27
3.1.5	Hauptverzerrungen und Verzerrungshauptrichtungen	28
3.1.6	Volumen- und gestaltändernder Anteil des Verzerrungstensors bei kleinen Verzerrungen	31
3.1.7	Kompatibilitätsbedingungen für die Komponenten des linearisierten Verzerrungstensors	33
3.1.8	Ebener Verzerrungszustand	34
3.1.9	Kinematische Beziehungen in Zylinderkoordinaten	36
3.1.10	Linearisierte kinematische Beziehungen bei Rotationssymmetrie des Verzerrungszustandes	38
3.2	Kinetische Beziehungen	39
3.2.1	Grundgesetz der Dynamik	39
3.2.2	Spannungsvektor	40
3.2.3	CAUCHY'scher Spannungstensor	41
3.2.4	CAUCHY'sche Bewegungsgleichungen	42
3.2.5	CAUCHY'sche Formeln	45
3.2.6	Transformation der Komponenten des Spannungstensors	47
3.2.7	Hauptspannungen und Spannungshauptrichtungen	48
3.2.8	Hauptschubspannungen	50
3.2.9	MOHR'sche Spannungskreise	52
3.2.10	Hydrostatischer und deviatorischer Anteil des Spannungstensors	53
3.2.11	Ebener Spannungszustand	54

3.2.12	CAUCHY'sche Bewegungsgleichungen in Zylinderkoordinaten .	59
3.2.13	CAUCHY'sche Bewegungsgleichungen bei Rotationssymmetrie des Spannungszustandes	62
3.2.14	Erster und zweiter PIOLA-KIRCHHOFF'scher Spannungstensor	63
3.2.15	Bewegungsgleichungen in LAGRANGE'schen Koordinaten . . .	66
3.3	Konstitutive Beziehungen	68
3.3.1	Einleitung	68
3.3.2	Spannungs-Dehnungsdiagramme aus einaxialen Versuchen . .	71
3.3.3	Charakteristische Werkstoffkenngrößen und ihre Bemessungswerte	77
3.3.4	Wahre Spannung und wahre Dehnung	78
3.3.5	Querdehnung	79
3.3.6	Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	80
3.3.7	Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz bei Berücksichtigung von Wärmedehnungen	88
3.3.8	Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz für den ebenen Spannungszustand	90
3.3.9	Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz für den ebenen Verzerrungszustand	91
3.3.10	Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz für Rotationssymmetrie	91
3.4	Zusammenfassung der grundlegenden Gleichungen	92
3.5	Verschiebungs- und Spannungsformulierung in linearer Elastizitätstheorie	96
3.6	Beispiel zur Anwendung der linearen Elastizitätstheorie	97
3.7	SAINT-VENANT'sches Prinzip	104
4	Prinzipien der virtuellen Arbeiten	107
4.1	Einleitung	107
4.2	Prinzip der virtuellen Verschiebungen	107
4.2.1	Virtuelle Verschiebung	107
4.2.2	Prinzip der virtuellen Verschiebungen in der EULER'schen Fassung	108
4.2.3	Prinzip der virtuellen Verschiebungen in der LAGRANGE'schen Fassung	111
4.2.4	Inkrementelle Form des Prinzips der virtuellen Verschiebungen in der LAGRANGE'schen Fassung	119
4.3	Prinzip der virtuellen Kräfte	125
4.3.1	Virtuelle Kräfte bei statischer Beanspruchung	125
4.3.2	Prinzip der virtuellen Kräfte bei statischer Beanspruchung und kleinen Verschiebungen	126
4.4	Reziprozitätssätze	130
5	Energieprinzipien	135
5.1	Mechanische Energie	135
5.2	Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie	135
5.3	Verzerrungsenergie, Ergänzungsenergie	139
5.4	Eindeutigkeitssatz von KIRCHHOFF	144
5.5	Stationaritätsprinzipien	146
5.6	Minimalprinzipien Minimalprinzip	150

6	Lineare Stabtheorie	153
6.1	Allgemeines	153
6.2	Spannungen und Schnittgrößen	154
6.3	Kinematische Hypothese	157
6.4	Normalspannungen	157
6.4.1	Ermittlung der Flächenmomente eines Querschnitts	159
6.4.2	Axiale Beanspruchung	165
6.4.3	Reine Biegung um eine Hauptachse des Querschnitts	173
6.4.4	Reine Biegung um eine beliebige Querschnittsachse	180
6.4.5	Beanspruchung durch Normalkraft und Biegemoment	185
6.4.6	Kern des Querschnitts	186
6.4.7	Berücksichtigung von Wärmedehnungen	188
6.4.8	Normalspannungen in Verbundstäben	191
6.5	Schubspannungen	192
6.5.1	Allgemeines	192
6.5.2	Beziehungen zwischen Belastung und Querkraft bzw. zwischen Querkraft und Biegemoment	194
6.5.3	Querkraftschubspannungen in dünnwandigen offenen Querschnitten	201
6.5.4	Querkraftschubspannungen in Vollquerschnitten	205
6.5.5	Schubspannungen zufolge reiner Torsion in Vollquerschnitten	206
6.5.6	Schubspannungen zufolge reiner Torsion in schmalen Rechteckquerschnitten	214
6.5.7	Schubspannungen zufolge reiner Torsion in allgemeinen dünnwandigen offenen Querschnitten	217
6.5.8	Schubspannungen zufolge reiner Torsion in dünnwandigen einzelligen Hohlquerschnitten	218
6.5.9	Schubspannungen zufolge reiner Torsion in dünnwandigen mehrzelligen Hohlquerschnitten	221
6.5.10	Querkraftschubspannungen in dünnwandigen geschlossenen Querschnitten	224
6.5.11	Schubmittelpunkt	225
6.5.12	Wölbkrafttorsion	229
6.6	Zusammengesetzte Beanspruchung	230
6.7	Biegelinie	230
6.7.1	Differentialgleichung der Biegelinie	230
6.7.2	Lösung der Differentialgleichung der Biegelinie	232
6.7.3	Lösung der Differentialgleichung der Biegelinie mittels singulärer Funktionen	237
6.7.4	Differentialgleichung der Biegelinie für elastisch gebettete Stäbe	241
6.7.5	Erregte ungedämpfte Schwingungen eines Biegestabes	244
6.7.6	Einfluss der Querkraft auf die Durchbiegung	250
7	Prinzipien der virtuellen Arbeiten in der linearen Stabtheorie	255
7.1	Prinzip der virtuellen Verschiebungen	255
7.1.1	Allgemeines	255
7.1.2	Prinzip der virtuellen Verschiebungen für axiale Beanspruchung	255

7.1.3	Prinzip der virtuellen Verschiebungen für ideale Fachwerke . .	256
7.1.4	Prinzip der virtuellen Verschiebungen für reine Biegung um eine Querschnittshauptachse	259
7.1.5	Prinzip der virtuellen Verschiebungen für zusammengesetzte Beanspruchung	262
7.2	Prinzip der virtuellen Kräfte	265
7.2.1	Allgemeines	265
7.2.2	Prinzip der virtuellen Kräfte für axiale Beanspruchung	265
7.2.3	Prinzip der virtuellen Kräfte für ideale Fachwerke	266
7.2.4	Prinzip der virtuellen Kräfte für reine Biegung um eine Querschnittshauptachse	269
7.2.5	Prinzip der virtuellen Kräfte für zusammengesetzte Beanspruchung	272
8	Lineare Theorie ebener Flächentragwerke	279
8.1	Einleitung	279
8.2	Scheiben	281
8.2.1	Grundlegende Gleichungen	281
8.2.2	Spannungsformulierung in rechtwinkligen kartesischen Koordinaten	284
8.2.3	Spannungsformulierung in Polarkoordinaten	290
8.2.4	Verschiebungsformulierung	296
8.3	KIRCHHOFF'sche Plattentheorie	299
8.3.1	Plattengleichung	299
8.3.2	Transformation und Extremwerte der Schnittgrößen	304
8.3.3	Randbedingungen	305
9	Stabilitätsprobleme	319
9.1	Stabilitätsgrenze	319
9.1.1	Verzweigungsprobleme	321
9.1.2	Durchschlagprobleme	327
9.1.3	Traglastprobleme	332
9.2	Kriterium zur Bestimmung der Stabilitätsgrenze	334
9.3	Biegeknicken	336
9.3.1	Allgemeines	336
9.3.2	Biegeknicken bei linear elastischem Materialverhalten	336
9.3.3	Biegeknicken bei nichtlinearem Materialverhalten	346
9.3.4	Große Ausbiegungen elastischer Stäbe beim Biegeknicken . .	348
9.4	Exzentrisch gedrückter Stab	349
9.5	Beulen	353
9.5.1	VON KÁRMÁN'sche Plattentheorie	354
9.5.2	Anwendung der VON KÁRMÁN'schen Plattentheorie	358
9.6	Durch Membrankräfte und Querbelastrung beanspruchte Platte . . .	361
10	Anstrengungshypothesen	363
10.1	Allgemeines	363
10.2	Geometrische Interpretation von Spannungszuständen	364
10.3	Fließhypothesen mit einem Werkstoffkennwert	366
10.3.1	Fließhypothese nach TRESCA	366

10.3.2 Fließhypothese nach VON MISES	369
10.4 Bruchhypothese mit einem Werkstoffkennwert	372
10.4.1 Bruchhypothese nach RANKINE	372
10.5 Versagenshypothesen mit zwei Werkstoffkennwerten	373
10.5.1 Versagenshypothese nach MOHR-COULOMB	374
10.5.2 Versagenshypothese nach DRUCKER-PRAGER	377
11 Nichtlinear elastisches und anelastisches Materialverhalten	379
11.1 Allgemeines	379
11.2 Nichtlinear elastisches Materialverhalten	379
11.3 Anelastisches Materialverhalten	381
11.3.1 Allgemeines	381
11.3.2 Plastisches Materialverhalten bei einaxialem Spannungszustand	382
11.3.3 Zeitabhängiges Materialverhalten bei einaxialem Spannungszustand	385
12 Fließgelenktheorie I. Ordnung für Stäbe	397
12.1 Allgemeines	397
12.2 Axiale Beanspruchung und reine Biegung	398
12.2.1 Axiale Beanspruchung	398
12.2.2 Reine Biegung	400
12.3 Schnittgrößen-Interaktionsbeziehungen	409
12.3.1 Schnittgrößen-Interaktionsbeziehungen für Biegemoment und Normalkraft	409
12.3.2 Schnittgrößen-Interaktionsbeziehungen für Biegemoment und Querkraft	412
12.3.3 Schnittgrößen-Interaktionsbeziehungen für Normal- und Quer- kraft	414
12.3.4 Schnittgrößen-Interaktionsbeziehungen für Biegemoment, Nor- malkraft und Querkraft	416
12.4 Ermittlung der Traglast	416
12.5 Beschränkungen bei der Ausnützung elasto-plastischen Materialverhal- tens	417
13 Grundlagen der Plastizitätstheorie	421
13.1 Einleitung	421
13.2 Elasto-plastische Werkstoffgesetze	422
13.2.1 Fließfunktion	422
13.2.2 Fließregel	422
13.2.3 Verfestigungsgesetz	426
13.2.4 Belastungs- und Entlastungsbedingungen	429
13.2.5 Ermittlung des Konsistenzparameters und des elasto-plastischen Materialensors	429
13.2.6 Elasto-plastisches Werkstoffgesetz auf der Grundlage der Versagenshypothese nach DRUCKER-PRAGER	431
13.3 Beispiel zur Anwendung der Plastizitätstheorie	432
13.3.1 Ermittlung der Hauptnormalspannungen σ_r und σ_ϑ	433
13.3.2 Ermittlung der Verschiebung	435

13.3.3	Ermittlung der Hauptnormalspannung σ_z	438
13.4	Elasto-viskoplastische Werkstoffgesetze	439
14	Traglastsätze der Plastizitätstheorie	443
14.1	Allgemeines	443
14.2	Statischer Traglastsatz	445
14.3	Kinematischer Traglastsatz	446
14.4	Beispiele zu den Traglastsätzen	447
14.4.1	Beispiele aus der Stabtheorie	447
14.4.2	Beispiel für einen ebenen Spannungszustand	451
14.4.3	Beispiele aus der Geotechnik	452
15	Näherungslösungen	457
15.1	Allgemeines	457
15.2	Verfahren von RITZ	457
15.3	Verfahren von GALERKIN	464
15.4	Methode der finiten Elemente	468
15.4.1	Motivation	468
15.4.2	Finite Element zur Diskretisierung ebener konservativer linearer Systeme	468
15.4.3	Diskretisierte ebene konservative lineare Systeme	473
15.4.4	Diskretisierte nichtkonservative lineare Systeme	478
15.4.5	Diskretisierte nichtlineare Systeme	479
15.4.6	Wesentliche Gesichtspunkte bei praktischen Berechnungen	480
15.4.7	Beispiel zur Anwendung der Methode der finiten Elemente	481
15.5	Randelementemethode	489
15.5.1	Motivation	489
15.5.2	Grundlegende Gleichungen	489
15.5.3	Diskretisierung	493
15.5.4	Spannungsberechnung	496
16	Experimentelle Methoden	497
16.1	Allgemeines	497
16.2	Elektrisches Messen mechanischer Größen	498
16.2.1	Dehnungsmessstreifen	499
16.2.2	Messwertaufnehmer auf DMS-Basis	508
16.2.3	Potentiometeraufnehmer	509
16.2.4	Induktive Aufnehmer	510
16.2.5	Kapazitive Aufnehmer	511
16.2.6	Schwingungsaufnehmer	512
16.2.7	Piezoelektrische Aufnehmer	513
16.3	Optische Messverfahren	513
16.3.1	Spannungsoptik	514
16.3.2	Moiréverfahren	518
16.3.3	Speckle-Interferometrie	521
16.3.4	Beispiel zur Anwendung der Speckle-Interferometrie	528
	Literaturverzeichnis	533

<i>Inhaltsverzeichnis</i>	XV
Namenverzeichnis	538
Sachverzeichnis	539