

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Der begriffliche Rahmen</b>	<b>1</b>
1.1 Geometrie	1
1.2 Anschauliche und Analytische Geometrie	1
1.3 Glattheit	6
1.4 Messungen	9
1.5 Übungsaufgaben	11
<b>2. Kurven</b>	<b>13</b>
2.1 Bogenlänge	13
2.2 Die Variation der Bogenlänge	18
2.3 Krümmung	19
2.4 Totalkrümmung geschlossener ebener Kurven	23
2.5 Totalkümmung von Raumkurven	25
2.6 Torsion	27
2.7 Übungsaufgaben	29
<b>3. Die erste Fundamentalform</b>	<b>35</b>
3.1 Länge und Winkel	35
3.2 Skalarprodukte	37
3.3 Flächeninhalt	39
3.4 Zueinander isometrische Immersionen	41
3.5 Übungsaufgaben	42
<b>4. Die zweite Fundamentalform</b>	<b>45</b>
4.1 Die Lageänderung des Tangentialraums	45
4.2 Die Gaußabbildung einer Hyperfläche	46
4.3 Weingarten-Abbildung	48
4.4 Abstandsfunktion und Parallelhyperflächen	51
4.5 Die lokale Gestalt einer Hyperfläche	53
4.6 Der Normalanteil des Krümmungsvektors	54
4.7 Normalenschnitte	56
4.8 Übungsaufgaben	57

<b>5. Geodäten und Kürzeste</b> .....	61
5.1 Die Variation der Bogenlänge auf Immersionen .....	61
5.2 Die Differentialgleichung der Geodäten .....	62
5.3 Die geodätische Exponentialabbildung .....	64
5.4 Kürzeste Kurven .....	67
5.5 Übungsaufgaben .....	68
<b>6. Die tangentielle Ableitung</b> .....	71
6.1 Die Christoffelsymbole .....	71
6.2 Die Levi-Civita-Ableitung .....	72
6.3 Vektorfelder längs Kurven, Parallelität .....	74
6.4 Gradient und Hesseform .....	76
6.5 Übungsaufgaben .....	79
<b>7. Nabelpunkte und konforme Abbildungen</b> .....	81
7.1 Nabelpunkthyperflächen .....	81
7.2 Orthogonale Hyperflächensysteme .....	82
7.3 Konforme Abbildungen .....	84
7.4 Möbius-Transformationen .....	87
7.5 Die Stereographische Projektion .....	91
7.6 Übungsaufgaben .....	94
<b>8. Minimalflächen</b> .....	99
8.1 Variation des Flächeninhalts .....	99
8.2 Minimaler Flächeninhalt .....	102
8.3 Seifenhäute und mittlere Krümmung .....	106
8.4 Konforme Parameter und komplexe Zahlen .....	110
8.5 Die Weierstraß-Darstellung .....	115
8.6 Konstruktion konformer Parameter .....	120
8.7 Minimale Graphen und Satz von Bernstein .....	122
8.8 Übungsaufgaben .....	127
<b>9. Das Plateau-Problem</b> .....	133
9.1 Einführung .....	133
9.2 Flächeninhalt und Energie .....	135
9.3 Das Dirichletsche Prinzip .....	136
9.4 Bestimmung der Randparameter .....	140
9.5 Schwache Konformität .....	144
9.6 Ausschluss von Verzweigungspunkten .....	153
9.7 Harmonische Funktionen .....	157
9.8 Holomorphe Funktionen .....	164
9.9 Übungsaufgaben .....	169

<b>10. Minimalflächen und Maximumprinzip</b>	171
10.1 Das Maximumprinzip für minimale Hyperflächen	171
10.2 Hindernisse für Minimalflächen	175
10.3 Übungsaufgaben	179
<b>11. Innere und äußere Geometrie</b>	181
11.1 Von der inneren zur Riemannschen Geometrie	181
11.2 Die Levi-Civita-Ableitung	184
11.3 Der Riemannsche Krümmungstensor	187
11.4 Lokal euklidische Metriken	190
11.5 Gauß-Gleichung und Theorema Egregium	192
11.6 Übungsaufgaben	195
<b>12. Krümmung und Gestalt</b>	197
12.1 Geodätische Koordinaten	197
12.2 Die Jacobigleichung	199
12.3 Die hyperbolische Ebene	201
12.4 Geodätische Krümmung auf Flächen	208
12.5 Der Satz von Gauß-Bonnet	209
12.6 Zusammenhangsform und Krümmung	212
12.7 Der Satz von Gauß-Bonnet im Großen	214
12.8 Übungsaufgaben	219
<b>A. Integration</b>	225
A.1 Cartanableitung und Integration	225
A.2 Der Divergenzsatz	230
A.3 Integrationsbedingungen	232
A.4 Übungsaufgaben	235
<b>B. Gewöhnliche Differentialgleichungen</b>	237
B.1 Existenz und Eindeutigkeit	237
B.2 Lineare Differentialgleichungen	239
B.3 Stetige Abhängigkeit von Parametern und Anfangswerten	240
B.4 Differenzierbare Abhängigkeit von den Anfangswerten	242
B.5 Der Fluss eines Vektorfeldes	244
B.6 Übungsaufgaben	246
<b>Literatur</b>	249
<b>Sachverzeichnis</b>	251