

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Klassische Statistische Physik</b>	<b>1</b>
1.1	Vorbereitungen	3
1.1.1	Formulierung des Problems	3
1.1.2	Einfaches Modellsystem	6
1.1.3	Aufgaben	13
1.2	Mikrokanonische Gesamtheit	15
1.2.1	Zustand, Phasenraum, Zeitmittel	15
1.2.2	Statistische Ensemble, Scharmittel	19
1.2.3	Liouville-Gleichung	21
1.2.4	Mikrokanonische Gesamtheit	25
1.2.5	Aufgaben	29
1.3	Anschluss an die Thermodynamik	32
1.3.1	Überlegungen zum thermischen Gleichgewicht	32
1.3.2	Entropie und Temperatur	38
1.3.3	Zweiter Hauptsatz	45
1.3.4	Chemisches Potential	47
1.3.5	Grundrelation der Thermodynamik	49
1.3.6	Gleichverteilungssatz	52
1.3.7	Ideales Gas	55
1.3.8	Aufgaben	60

1.4	Kanonische Gesamtheit . . . . .	64
1.4.1	Zustandssumme . . . . .	65
1.4.2	Freie Energie . . . . .	70
1.4.3	Fluktuationen . . . . .	72
1.4.4	Äquivalenz von mikrokanonischer und kanonischer Gesamtheit .	74
1.4.5	Aufgaben . . . . .	77
1.5	Großkanonische Gesamtheit . . . . .	83
1.5.1	Großkanonische Zustandssumme . . . . .	84
1.5.2	Anschluss an die Thermodynamik . . . . .	87
1.5.3	Teilchenfluktuationen . . . . .	91
1.5.4	Aufgaben . . . . .	94
	Kontrollfragen . . . . .	96
2	<b>Quantenstatistik</b> . . . . .	101
2.1	Grundlagen . . . . .	103
2.1.1	Statistischer Operator (Dichtematrix) . . . . .	103
2.1.2	Korrespondenzprinzip . . . . .	108
2.1.3	Aufgaben . . . . .	110
2.2	Mikrokanonische Gesamtheit . . . . .	111
2.2.1	Phasenvolumen . . . . .	112
2.2.2	Dritter Hauptsatz . . . . .	114
2.2.3	Aufgaben . . . . .	115
2.3	Kanonische Gesamtheit . . . . .	117
2.3.1	Kanonische Zustandssumme . . . . .	118
2.3.2	Sattelpunktmethode . . . . .	121
2.3.3	Darwin-Fowler-Methode . . . . .	124
2.3.4	Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren . . . . .	132
2.3.5	Aufgaben . . . . .	135

2.4	Großkanonische Gesamtheit . . . . .	144
2.4.1	Großkanonische Zustandssumme . . . . .	145
2.4.2	Aufgaben . . . . .	150
2.5	Extremaleigenschaften thermodynamischer Potentiale . . . . .	151
2.5.1	Entropie und Statistischer Operator . . . . .	151
2.5.2	Boltzmann'sche $H$ -Funktion . . . . .	153
2.5.3	Entropie . . . . .	155
2.5.4	Freie Energie . . . . .	156
2.5.5	Großkanonisches Potential . . . . .	156
2.6	Näherungsmethoden . . . . .	157
2.6.1	Thermodynamische Wechselwirkungsdarstellung . . . . .	158
2.6.2	Störungstheorie zweiter Ordnung . . . . .	160
2.6.3	Variationsverfahren . . . . .	163
2.6.4	Aufgaben . . . . .	165
	Kontrollfragen . . . . .	166
3	Quantengase . . . . .	171
3.1	Grundlagen . . . . .	174
3.1.1	Identische Teilchen . . . . .	174
3.1.2	Zustandssummen der idealen Quantengase . . . . .	179
3.1.3	Aufgaben . . . . .	183
3.2	Ideales Fermi-Gas . . . . .	186
3.2.1	Zustandsgleichungen . . . . .	186
3.2.2	Klassischer Grenzfall . . . . .	189
3.2.3	Zustandsdichte, Fermi-Funktion . . . . .	191
3.2.4	Sommerfeld-Entwicklung . . . . .	195
3.2.5	Thermodynamische Eigenschaften . . . . .	198
3.2.6	Spinparamagnetismus . . . . .	203
3.2.7	Landau-Niveaus . . . . .	207

3.2.8	Großkanonisches Potential freier Elektronen im Magnetfeld . . . .	214
3.2.9	Landau-Diamagnetismus . . . . .	221
3.2.10	De Haas-van Alphen-Effekt . . . . .	223
3.2.11	Aufgaben . . . . .	226
3.3	Ideales Bose-Gas . . . . .	233
3.3.1	Zustandsgleichungen . . . . .	234
3.3.2	Klassischer Grenzfall . . . . .	238
3.3.3	Bose-Einstein-Kondensation . . . . .	239
3.3.4	Isothermen des idealen Bose-Gases . . . . .	244
3.3.5	Thermodynamische Potentiale . . . . .	246
3.3.6	Photonen . . . . .	250
3.3.7	Phononen . . . . .	256
3.3.8	Aufgaben . . . . .	268
	Kontrollfragen . . . . .	273
4	<b>Phasenübergänge</b> . . . . .	279
4.1	Begriffe . . . . .	282
4.1.1	Phasen . . . . .	282
4.1.2	Phasenübergang erster Ordnung . . . . .	284
4.1.3	Phasenübergang zweiter Ordnung . . . . .	288
4.1.4	Ordnungsparameter . . . . .	291
4.1.5	Kritische Fluktuationen . . . . .	293
4.1.6	Aufgaben . . . . .	297
4.2	Kritische Phänomene . . . . .	301
4.2.1	Kritische Exponenten . . . . .	301
4.2.2	Skalengesetze . . . . .	308
4.2.3	Korrelationsfunktion . . . . .	315
4.2.4	Aufgaben . . . . .	319

- 4.3 Klassische Theorien . . . . . 321
  - 4.3.1 Landau-Theorie . . . . . 321
  - 4.3.2 Räumliche Fluktuationen . . . . . 324
  - 4.3.3 Kritische Exponenten . . . . . 327
  - 4.3.4 Gültigkeitsbereich der Landau-Theorie . . . . . 330
  - 4.3.5 Modell eines Paramagneten . . . . . 332
  - 4.3.6 Molekularfeldnäherung des Heisenberg-Modells . . . . . 336
  - 4.3.7 Van der Waals-Gas . . . . . 342
  - 4.3.8 Paarkorrelation und Strukturfaktor . . . . . 344
  - 4.3.9 Ornstein-Zernike-Theorie . . . . . 347
  - 4.3.10 Aufgaben . . . . . 351
- 4.4 Ising-Modell . . . . . 355
  - 4.4.1 Das eindimensionale Ising-Modell ( $B_0 = 0$ ) . . . . . 357
  - 4.4.2 Transfer-Matrix-Methode . . . . . 359
  - 4.4.3 Thermodynamik des  $d = 1$ -Ising-Modells . . . . . 362
  - 4.4.4 Zustandssumme des zweidimensionalen Ising-Modells . . . . . 364
  - 4.4.5 Der Phasenübergang . . . . . 373
  - 4.4.6 Das Gittergas-Modell . . . . . 377
  - 4.4.7 Thermodynamische Äquivalenz von Gittergas- und Ising-Modell . 381
  - 4.4.8 Aufgaben . . . . . 384
- 4.5 Thermodynamischer Limes . . . . . 388
  - 4.5.1 Problematik . . . . . 388
  - 4.5.2 „Katastrophische“ Potentiale . . . . . 390
  - 4.5.3 „Stabile“ Potentiale . . . . . 393
  - 4.5.4 Kanonische Gesamtheit . . . . . 394
  - 4.5.5 Großkanonische Gesamtheit . . . . . 397
- 4.6 Mikroskopische Theorie des Phasenübergangs . . . . . 399
  - 4.6.1 Endliche Systeme . . . . . 400
  - 4.6.2 Die Sätze von Yang und Lee . . . . . 404

4.6.3 Mathematisches Modell eines Phasenübergangs . . . . . 407

4.6.4 Aufgaben . . . . . 411

Kontrollfragen . . . . . 412

Lösungen der Übungsaufgaben . . . . . 417

Sachverzeichnis . . . . . 637