

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Illustrative Beispiele und typische Probleme	3
1.2	Das Zusammenspiel von Syntax und Semantik	9
1.3	Denken in Strukturen: Ein lernpragmatischer Zugang	12
1.4	Lernziele des ersten Bandes	14
<b>2</b>	<b>Aussagen und Mengen</b>	<b>15</b>
2.1	Aussagen	15
2.1.1	Aussagenlogik	18
2.1.2	Prädikatenlogik	23
2.1.3	Logische Beweisprinzipien	28
2.2	Mengen	30
2.2.1	Mengenbeziehungen	31
2.2.2	Potenzmengen	32
2.2.3	Mengenverknüpfungen	33
2.2.4	Mächtigkeit endlicher Mengen	36
2.3	Weiterführende Betrachtungen	37
2.3.1	Aussagenlogik	38
2.3.2	Axiomatisches Beweisen	39
2.3.3	Algebraisches Denken	41
2.3.4	Korrektheit und Vollständigkeit	42
2.3.5	Antinomien	43
2.4	Lernziele	44
2.5	Aufgaben	45
<b>3</b>	<b>Relationen und Funktionen</b>	<b>47</b>
3.1	Relationen	47
3.1.1	Kartesisches Produkt	47
3.1.2	$n$ -stellige Relationen	49
3.1.3	Binäre Relationen	50
3.2	Funktionen	52

3.2.1	Eigenschaften von Funktionen .....	54
3.2.2	Erhaltungseigenschaften .....	58
3.2.3	Mächtigkeit unendlicher Mengen .....	59
3.2.4	Partiell definierte Funktionen .....	68
3.3	Äquivalenzrelationen .....	69
3.3.1	Partitionen .....	70
3.4	Weiterführende Betrachtungen .....	73
3.4.1	Endliche Bitvektoren .....	73
3.4.2	Grenzen der Abzählbarkeit/Berechenbarkeit .....	74
3.4.3	Hüllen, Abschlüsse, Vervollständigungen .....	75
3.4.4	Äquivalenzrelationen in der objektorientierten Programmierung .....	77
3.4.5	Rechnen mit Kardinalzahlen .....	78
3.5	Lernziele .....	79
3.6	Aufgaben .....	80
<b>4</b>	<b>Induktives Definieren .....</b>	<b>83</b>
4.1	Natürliche Zahlen .....	84
4.1.1	Peano-Axiome .....	84
4.1.2	Operationen auf natürlichen Zahlen .....	86
4.1.3	Induktiv definierte Algorithmen .....	88
4.2	Induktiv definierte Mengen .....	92
4.2.1	Anwendung in der Informatik .....	93
4.3	Darstellung und Bedeutung .....	96
4.3.1	Zeichenreihen .....	97
4.3.2	Semantikschemata .....	98
4.3.3	Backus-Naur-Form .....	101
4.4	Induktive Semantikschemata .....	104
4.5	Weiterführende Betrachtungen .....	107
4.5.1	Notationen und Standards .....	107
4.5.2	Lineare Listen in funktionalen Programmiersprachen .....	108
4.5.3	Eindeutigkeit der Darstellung .....	109
4.5.4	BNF ist nicht gleich BNF .....	111
4.6	Lernziele .....	112
4.7	Aufgaben .....	113
<b>5</b>	<b>Induktives Beweisen .....</b>	<b>115</b>
5.1	Ordnungsrelationen .....	115
5.1.1	Partielle Ordnungen .....	116
5.1.2	Quasiordnungen .....	118
5.1.3	Totale Ordnungen .....	119
5.1.4	Striktordnungen .....	119
5.2	Ordnungen und Teilstrukturen .....	121
5.3	Noethersche Induktion .....	122
5.3.1	Terminierungsbeweise .....	126

5.4	Verallgemeinerte Induktion .....	129
5.5	Strukturelle Induktion .....	130
5.6	Vollständige Induktion .....	133
5.7	Weiterführende Betrachtungen .....	136
5.7.1	Verschärfung der Induktionsvoraussetzung .....	137
5.7.2	Anwendung: Das Substitutionslemma .....	138
5.7.3	Formale Korrektheitsbeweise .....	141
5.7.4	BNF-basierte Induktion .....	144
5.7.5	Weitere Formen von Induktionsbeweisen .....	147
5.8	Lernziele .....	150
5.9	Aufgaben .....	150
<b>6</b>	<b>Induktives Vorgehen: Potential und Grenzen .....</b>	<b>153</b>
6.1	Potential .....	153
6.2	Grenzen .....	155
6.3	Pragmatik .....	156
<b>Literaturverzeichnis .....</b>		<b>159</b>
<b>Lösungen der Aufgaben .....</b>		<b>161</b>
<b>Sachverzeichnis .....</b>		<b>177</b>