

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Anwendungen der Analysis</b>	<b>1</b>
1.1 Folgen und Reihen	2
1.2 Funktionen	9
1.3 Grenzwerte von Funktionen und Stetigkeit	18
1.4 Differentialrechnung	23
1.5 Integralrechnung	37
<b>2. Folgen und Reihen</b>	<b>43</b>
2.1 Definition und Darstellung von Folgen	43
2.1.1 Definition einer Folge	43
2.1.2 Bildungsgesetz	45
2.1.3 Summen-, Differenz-, Produkt- und Quotientenfolge	49
2.2 Definition einer Reihe	50
2.3 Arithmetische Folgen und Reihen	52
2.3.1 Arithmetische Folgen	52
2.3.2 Arithmetische Reihen	54
2.4 Geometrische Folgen und Reihen	56
2.4.1 Geometrische Folgen	56
2.4.2 Geometrische Reihen	61
2.5 Monotonie und beschränkte Folgen	63
2.5.1 Monotone Folgen	64
2.5.2 Beschränkte Folgen	67

2.6	Konvergenz bei Folgen .....	70
2.6.1	Beispiel für eine Nullfolge .....	70
2.6.2	$\varepsilon$ -Umgebung von $a \in \mathbb{R}$ .....	72
2.6.3	Nullfolgen .....	74
2.6.4	Folgen mit von Null verschiedenen Grenzwerten .	77
2.6.5	Eindeutigkeit des Grenzwertes, Divergenz .....	79
2.6.6	Konvergenz monotoner und beschränkter Folgen.	81
2.6.7	Berechnung von Grenzwerten .....	82
2.7	Konvergenz bei Reihen .....	85
<b>3.</b>	<b>Funktionen</b> .....	<b>89</b>
3.1	Der Begriff der Funktion .....	89
3.1.1	Grundlegende Begriffe .....	89
3.1.2	Darstellung von Funktionen .....	92
3.1.3	Abschnittsweise definierte Funktionen .....	98
3.1.4	Monotonie und Beschränktheit .....	100
3.1.5	Umkehrfunktionen .....	105
3.1.6	Verknüpfung von Funktionen .....	111
3.2	Polynome und rationale Funktionen .....	114
3.2.1	Darstellung und Grad eines Polynoms .....	115
3.2.2	Nullstellen, Zerlegung in Linearfaktoren .....	119
3.2.3	Rationale Funktionen .....	126
3.3	Winkelfunktionen .....	129
3.3.1	Herleitung von Sinus- und Kosinusfunktion für Winkelmaße .....	130
3.3.2	Winkel im Bogenmaß .....	136
3.3.3	Sinus und Kosinus als reelle Funktionen .....	139
3.4	Exponential- und Logarithmusfunktion .....	145
3.4.1	Wachstums- und Zerfallsvorgänge .....	145
3.4.2	Allgemeine Exponentialfunktion .....	146
3.4.3	Die Logarithmusfunktion .....	147

<b>4. Grenzwerte von Funktionen</b>	153
4.1 Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \infty$	153
4.1.1 Einführende Beispiele	153
4.1.2 Definition des Grenzwertes einer Funktion für $x \rightarrow \infty$	155
4.1.3 Rechnen mit Grenzwerten	160
4.1.4 Divergenz einer Funktion für $x \rightarrow \infty$	163
4.2 Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	165
4.2.1 Definition des Grenzwertes einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	165
4.2.2 Rechnen mit Grenzwerten	171
4.2.3 Divergenz einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	174
4.3 Stetigkeit	176
4.3.1 Definition der Stetigkeit	177
4.3.2 Unstetigkeitsstellen und Definitionslücken	180
4.3.3 Globale Stetigkeit	182
4.3.4 Verknüpfung stetiger Funktionen	185
4.3.5 Einige Eigenschaften stetiger Funktionen	188
<b>5. Differentialrechnung</b>	195
5.1 Die Steigung von Funktionen	195
5.2 Differenzierbarkeit	202
5.2.1 Definition der Differenzierbarkeit	202
5.2.2 Beispiele für differenzierbare Funktionen	203
5.2.3 Differenzierbarkeit und Stetigkeit	205
5.2.4 Die Ableitungsfunktion	208
5.2.5 Höhere Ableitungen	209
5.3 Berechnung von Ableitungen	212
5.3.1 Differentiationsregeln	212
5.3.2 Ableitung spezieller Funktionen	220
5.4 Anwendung der Differentialrechnung	222

## XVIII Inhaltsverzeichnis

5.4.1	Monotonie und Extremwerte .....	222
5.4.2	Krümmungsverhalten einer Funktion .....	236
5.4.3	Systematische Kurvendiskussion .....	242
5.4.4	Extrema von Funktionen auf abgeschlossenen Intervallen .....	248
5.4.5	Angewandte Extremwert-Aufgaben .....	249
<b>6.</b>	<b>Integralrechnung .....</b>	<b>253</b>
6.1	Die Aufgaben der Integralrechnung .....	253
6.2	Das unbestimmte Integral .....	254
6.3	Das Flächeninhaltsproblem und das bestimmte Integral .....	261
6.4	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung .....	274
6.5	Berechnung und Interpretation von bestimmten Inte- gralen .....	278
<b>A.</b>	<b>Zahlen und Terme .....</b>	<b>289</b>
A.1	Zahlen und Terme .....	289
A.1.1	Ganze Zahlen .....	289
A.1.2	Terme .....	292
A.1.3	Rationale Ausdrücke .....	296
A.2	Lineare Gleichungen und Ungleichungen .....	299
A.2.1	Lineare Gleichungen .....	299
A.2.2	Umformen linearer Gleichungen .....	300
A.2.3	Anordnung rationaler Zahlen .....	305
A.2.4	Umformen linearer Ungleichungen .....	308
A.3	Potenzen und Wurzeln .....	310
A.3.1	Potenzen mit ganzzahligem Exponenten .....	310
A.3.2	Wurzeln und reelle Zahlen .....	312
A.3.3	Potenzen mit rationalen Exponenten .....	315
A.4	Nichtlineare Gleichungen .....	317
A.4.1	Quadratische Gleichungen .....	317

A.4.2	Andere einfache nichtlineare Gleichungen .....	319
A.5	Logarithmen .....	322
A.5.1	Begriff des Logarithmus .....	322
A.5.2	Rechenregeln für Logarithmen .....	324
<b>B.</b>	<b>Aussagenlogik, Mengen und Zahlenbereiche .....</b>	<b>327</b>
B.1	Aussagenlogik .....	327
B.1.1	Aussagen und Wahrheitswerte .....	327
B.1.2	Aussageform .....	329
B.1.3	Konjunktion und Disjunktion .....	333
B.1.4	Negation .....	336
B.1.5	Implikation und Äquivalenz .....	341
B.2	Mengen .....	344
B.2.1	Mengen und ihre Schreibweise .....	345
B.2.2	Mengendiagramme .....	349
B.2.3	Gleichheit von Mengen .....	350
B.2.4	Teilmengen .....	351
B.2.5	Leere Menge .....	354
B.2.6	Schnittmenge und Vereinigungsmenge .....	355
B.2.7	Differenz von Mengen .....	359
B.2.8	Mengen geordneter Paare, Koordinatensystem ..	361
B.3	Zahlenmengen .....	365
B.3.1	Die natürlichen Zahlen .....	365
B.3.2	Die ganzen Zahlen .....	366
B.3.3	Die rationalen Zahlen .....	367
B.3.4	Die reellen Zahlen .....	368
B.3.5	Die komplexen Zahlen .....	369
<b>C.</b>	<b>Lösungen .....</b>	<b>373</b>
C.1	Lösungen zu Kapitel 2 bis 6 .....	373
C.2	Lösungen zu Anhang A und B .....	421

XX      Inhaltsverzeichnis

**Stichwortverzeichnis** ..... 431

**Literaturverzeichnis** ..... 437