

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundbegriffe</b>	<b>7</b>
2.1	Messbare Räume	7
2.2	Wahrscheinlichkeitsmaße	12
2.3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit	18
2.4	Das Lemma von Borel-Cantelli	27
<b>3</b>	<b>Diskrete Verteilungen und Zufallsvariablen</b>	<b>31</b>
3.1	Diskrete Verteilungen	31
3.2	Diskrete Zufallsvariablen und ihr Erwartungswert	39
<b>4</b>	<b>Absolutstetige Verteilungen und Zufallsvariablen</b>	<b>47</b>
4.1	Die Borel'sche $\sigma$ -Algebra	47
4.2	Absolutstetige Verteilungen	49
4.3	Absolutstetige Zufallsvariablen und ihr Erwartungswert	62
<b>5</b>	<b>Verteilungen auf der reellen Achse</b>	<b>69</b>
5.1	Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsmaßen	69
5.2	Erzeugendensysteme der Borel'schen $\sigma$ -Algebra	74
5.3	Verteilungsfunktionen	75
5.4	Diskrete Verteilungen	82
5.5	Absolutstetige Verteilungen	85
<b>6</b>	<b>Zufallsvariablen und ihr Erwartungswert</b>	<b>91</b>
6.1	Zufallsvariablen und Messbarkeit	91
6.2	Der Erwartungswert für elementare Zufallsvariablen	100
6.3	Der Erwartungswert für nichtnegative Zufallsvariablen	103
6.4	Der Erwartungswert für integrierbare Zufallsvariablen	112
6.5	Quadratintegrierbare Zufallsvariablen	122
6.6	Das Lebesgue-Integral bezüglich eines Maßes	125
6.7	Diskrete Zufallsvariablen	127
6.8	Absolutstetige Zufallsvariablen	131

<b>7</b>	<b>Unabhängige Zufallsvariablen und Produktmaße</b>	<b>139</b>
7.1	Produktmaße	139
7.2	Der Satz von Fubini	144
7.3	Unabhängige Zufallsvariablen	149
7.4	Die Kovarianz von Zufallsvariablen	154
7.5	Diskrete Zufallsvariablen	161
7.6	Absolutstetige Zufallsvariablen	167
7.7	Das Null-Eins-Gesetz von Kolmogorov	173
<b>8</b>	<b>Transformationen von Zufallsvariablen mit Dichten</b>	<b>179</b>
8.1	Eindimensionale Verteilungen	179
8.2	Mehrdimensionale Verteilungen	187
<b>9</b>	<b>Charakteristische Funktionen</b>	<b>199</b>
9.1	Definition und elementare Eigenschaften	199
9.2	Der Eindeutigkeitssatz	210
9.3	Summen unabhängiger Zufallsvariablen	211
<b>10</b>	<b>Konvergenz von Zufallsvariablen und Verteilungen</b>	<b>219</b>
10.1	Konvergenz von Zufallsvariablen	219
10.2	Schwache Konvergenz und Konvergenz in Verteilung	226
<b>11</b>	<b>Grenzwertsätze</b>	<b>245</b>
11.1	Das Gesetz der großen Zahlen	245
11.2	Der zentrale Grenzwertsatz	252
11.3	Der Grenzwertsatz von Poisson	256
<b>12</b>	<b>Gauß'sche Zufallsvektoren</b>	<b>259</b>
12.1	Eindimensionale Normalverteilungen	259
12.2	Mehrdimensionale Normalverteilungen	262
12.3	Zweidimensionale Normalverteilungen	272
12.4	Der mehrdimensionale zentrale Grenzwertsatz	277
	<b>Anhang A: Analysis</b>	<b>279</b>
	<b>Anhang B: Lineare Algebra</b>	<b>295</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>299</b>
	<b>Sachverzeichnis</b>	<b>301</b>