
Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
2 Grundbegriffe	7
2.1 Messbare Räume	7
2.2 Wahrscheinlichkeitsmaße	12
2.3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit	18
2.4 Das Lemma von Borel-Cantelli	27
3 Diskrete Verteilungen und Zufallsvariablen	31
3.1 Diskrete Verteilungen	31
3.2 Diskrete Zufallsvariablen und ihr Erwartungswert	39
4 Absolutstetige Verteilungen und Zufallsvariablen	47
4.1 Die Borel'sche σ -Algebra	47
4.2 Absolutstetige Verteilungen	49
4.3 Absolutstetige Zufallsvariablen und ihr Erwartungswert	62
5 Verteilungen auf der reellen Achse	69
5.1 Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsmaßen	69
5.2 Erzeugendensysteme der Borel'schen σ -Algebra	74
5.3 Verteilungsfunktionen	75
5.4 Diskrete Verteilungen	82
5.5 Absolutstetige Verteilungen	85
6 Zufallsvariablen und ihr Erwartungswert	91
6.1 Zufallsvariablen und Messbarkeit	91
6.2 Der Erwartungswert für elementare Zufallsvariablen	100
6.3 Der Erwartungswert für nichtnegative Zufallsvariablen	103
6.4 Der Erwartungswert für integrierbare Zufallsvariablen	112
6.5 Quadratintegrierbare Zufallsvariablen	122
6.6 Das Lebesgue-Integral bezüglich eines Maßes	125
6.7 Diskrete Zufallsvariablen	127
6.8 Absolutstetige Zufallsvariablen	131

7	Unabhängige Zufallsvariablen und Produktmaße	139
7.1	Produktmaße	139
7.2	Der Satz von Fubini	144
7.3	Unabhängige Zufallsvariablen	149
7.4	Die Kovarianz von Zufallsvariablen	154
7.5	Diskrete Zufallsvariablen	161
7.6	Absolutstetige Zufallsvariablen	167
7.7	Das Null-Eins-Gesetz von Kolmogorov	173
8	Transformationen von Zufallsvariablen mit Dichten	179
8.1	Eindimensionale Verteilungen	179
8.2	Mehrdimensionale Verteilungen	187
9	Charakteristische Funktionen	199
9.1	Definition und elementare Eigenschaften	199
9.2	Der Eindeutigkeitssatz	210
9.3	Summen unabhängiger Zufallsvariablen	211
10	Konvergenz von Zufallsvariablen und Verteilungen	219
10.1	Konvergenz von Zufallsvariablen	219
10.2	Schwache Konvergenz und Konvergenz in Verteilung	226
11	Grenzwertsätze	245
11.1	Das Gesetz der großen Zahlen	245
11.2	Der zentrale Grenzwertsatz	252
11.3	Der Grenzwertsatz von Poisson	256
12	Gauß'sche Zufallsvektoren	259
12.1	Eindimensionale Normalverteilungen	259
12.2	Mehrdimensionale Normalverteilungen	262
12.3	Zweidimensionale Normalverteilungen	272
12.4	Der mehrdimensionale zentrale Grenzwertsatz	277
Anhang A: Analysis		279
Anhang B: Lineare Algebra		295
Literaturverzeichnis		299
Sachverzeichnis		301