

# Inhaltsverzeichnis

<b>I Einleitung, Theorie</b>	<b>1</b>
<b>1 Entstehung und inhaltliche Ausrichtung des Buches</b>	<b>3</b>
<b>2 Lerntheoretische Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1 Cognitive Load Theory und Example-based Learning . . . . .	7
2.2 Cognitive Apprenticeship . . . . .	9
<b>3 Teilprozesse beim Aufgabenlösen</b>	<b>13</b>
3.1 P: Problembewusstsein schaffen . . . . .	14
3.2 K: Klärung der Handlungsoptionen . . . . .	15
3.3 Z: Einen Zugriff herstellen, die Aufgabe handhabbar machen . . . . .	16
3.4 A: Anpassen oder Prüfen der Passung . . . . .	18
3.5 H: Handwerk . . . . .	19
3.6 T: Tricks . . . . .	19
3.7 B: Begleitende, strukturierende Kommentare und Erläuterungen . . . . .	20
3.8 Die Teilprozesse in einer vollständigen Musterlösung . . . . .	21
3.9 Quer zu den Teilprozessen liegende Kompetenzen und Dispositionen .	22
<b>II Ausführliche Musterlösungen</b>	<b>25</b>
<b>4 Allgemeines zu Musterlösungen</b>	<b>27</b>
4.1 Bemerkungen zu den ausführlichen Musterlösungen . . . . .	27
4.2 Hinweise zum Verfassen komprimierter Musterlösungen . . . . .	30
<b>5 Musterlösungen zu mathematischen Grundlagen</b>	<b>33</b>
5.1 Summen- und Produktzeichen . . . . .	33
5.2 Vollständige Induktion . . . . .	36
5.3 Mengeninklusion und -gleichheit bei Bild und Urbild . . . . .	39
5.4 Injektivität und Surjektivität . . . . .	43
5.5 Äquivalenzrelation und Äquivalenzklassen . . . . .	45
<b>6 Musterlösungen aus der Analysis 1</b>	<b>51</b>
6.1 Supremum und Infimum . . . . .	51
6.2 Konvergenz von Folgen . . . . .	55
6.3 Cauchyfolgen . . . . .	58
6.4 Konvergenz von Reihen . . . . .	60
6.5 Folgenstetigkeit . . . . .	64

6.6	Stetigkeit mit Epsilon und Delta . . . . .	67
6.7	Gleichmäßige Stetigkeit und Lipschitz-Stetigkeit . . . . .	69
6.8	Differenzierbarkeit . . . . .	71
6.9	Taylorpolynom . . . . .	74
6.10	Funktionenreihen . . . . .	76
<b>7</b>	<b>Musterlösungen aus der Analysis 2</b>	<b>79</b>
7.1	Funktionengrenzwerte . . . . .	79
7.2	Integrationsmethoden . . . . .	84
7.3	Uneigentliche Integrale . . . . .	87
7.4	Differenzierbarkeit von Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . . . . .	90
7.5	Mehrdimensionale Kettenregel . . . . .	93
7.6	Jacobi- und Hesse-Matrix . . . . .	95
7.7	Lokale Extremstellen . . . . .	97
7.8	Lokale Umkehrbarkeit . . . . .	100
7.9	Implizite Funktionen . . . . .	103
<b>8</b>	<b>Musterlösungen aus der Linearen Algebra 1</b>	<b>105</b>
8.1	Unterraumkriterium . . . . .	105
8.2	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit . . . . .	110
8.3	Bestimmung einer Basis eines Unterraumes . . . . .	113
8.4	Rechnen mit Matrizen . . . . .	115
8.5	Basis des Kerns einer Matrix . . . . .	120
8.6	Basisergänzung und Basis des Faktorraumes . . . . .	122
8.7	Homomorphismen / Lineare Abbildungen . . . . .	125
8.8	Zerlegung von Permutationen in Produkte aus Transpositionen . . . . .	128
<b>9</b>	<b>Musterlösungen aus der Linearen Algebra 2</b>	<b>131</b>
9.1	Vandermondesche Determinante . . . . .	131
9.2	Dualraum . . . . .	135
9.3	Jordansche Normalform ohne Basiswechselmatrix . . . . .	138
9.4	Jordansche Normalform mit Basiswechselmatrix . . . . .	141
9.5	Invariante Unterräume . . . . .	146
9.6	A-zyklisch, Primärkomponenten und rationale Jordannormalform . . . . .	150
9.7	Vektorraum der selbstadjungierten Abbildungen . . . . .	155
<b>III</b>	<b>Übungsteil</b>	<b>159</b>
<b>10</b>	<b>Verfassen ausführlicher Musterlösungen</b>	<b>161</b>
10.1	Themen aus den mathematischen Grundlagen . . . . .	162
10.1.1	Lösen von Ungleichungen . . . . .	162
10.1.2	Vollständige Induktion . . . . .	163
10.1.3	Mengenverknüpfungen . . . . .	164
10.1.4	Körperaxiome . . . . .	165
10.2	Themen aus der Analysis 1 . . . . .	166
10.2.1	Stetigkeit mit Epsilon und Delta . . . . .	166
10.2.2	Zwischenwertsatz . . . . .	166

10.2.3 Funktionengrenzwerte ohne de l'Hospital . . . . .	167
10.2.4 Funktionenfolgen . . . . .	167
10.3 Themen aus der Analysis 2 . . . . .	168
10.3.1 Grenzwert einer Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . . . . .	168
10.3.2 Differenzierbarkeit einer Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ . . . . .	169
10.3.3 Mehrdimensionale Kettenregel . . . . .	170
10.3.4 Lokale Umkehrbarkeit . . . . .	171
10.4 Themen aus der Linearen Algebra 1 . . . . .	171
10.4.1 Gauß-Jordan-Algorithmus . . . . .	171
10.4.2 Basisergänzung . . . . .	173
10.4.3 Invertierbarkeit von Matrizen . . . . .	173
10.4.4 Kommutierende Matrizen . . . . .	174
10.5 Themen aus der Linearen Algebra 2 . . . . .	175
10.5.1 Eigenwerte, Eigenräume, charakteristisches Polynom und Minimalpolynom . . . . .	175
10.5.2 Diagonalisierbarkeit . . . . .	176
10.5.3 Linearformen . . . . .	177
10.5.4 Skalarprodukt . . . . .	178
<b>IV Lösungsvorschläge</b>	<b>181</b>
<b>11 Lösungsvorschläge zu Teil II</b>	<b>183</b>
11.1 Lösungen zu Kapitel 5 . . . . .	183
11.2 Lösungen zu Kapitel 6 . . . . .	188
11.3 Lösungen zu Kapitel 7 . . . . .	200
11.4 Lösungen zu Kapitel 8 . . . . .	207
11.5 Lösungen zu Kapitel 9 . . . . .	217
<b>12 Ausführliche Musterlösungen zu Teil III</b>	<b>231</b>
12.1 Themen aus den mathematischen Grundlagen . . . . .	231
12.1.1 Lösen von Ungleichungen . . . . .	231
12.1.2 Vollständige Induktion . . . . .	234
12.1.3 Mengenverknüpfungen . . . . .	236
12.1.4 Körperaxiome . . . . .	239
12.2 Themen aus der Analysis 1 . . . . .	242
12.2.1 Stetigkeit mit Epsilon und Delta . . . . .	242
12.2.2 Zwischenwertsatz . . . . .	244
12.2.3 Funktionsgrenzwerte ohne l'Hospital . . . . .	245
12.2.4 Funktionenfolgen . . . . .	246
12.3 Themen aus Analysis 2 . . . . .	249
12.3.1 Grenzwert einer Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . . . . .	249
12.3.2 Differenzierbarkeit einer Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ . . . . .	251
12.3.3 Mehrdimensionale Kettenregel . . . . .	252
12.3.4 Lokale Umkehrbarkeit . . . . .	253
12.4 Themen aus der Linearen Algebra 1 . . . . .	254
12.4.1 Gauß-Jordan-Algorithmus . . . . .	254
12.4.2 Basisergänzung . . . . .	257

12.4.3 Invertierbarkeit von Matrizen . . . . .	260
12.4.4 Kommutierende Matrizen . . . . .	261
12.5 Themen aus der Linearen Algebra 2 . . . . .	264
12.5.1 Eigenwerte, Eigenräume, charakteristisches Polynom und Minimalkomplexpolynom . . . . .	264
12.5.2 Diagonalisierbarkeit . . . . .	266
12.5.3 Linearformen . . . . .	269
12.5.4 Skalarprodukt . . . . .	272
<b>Sachverzeichnis</b>	<b>275</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>280</b>