

Inhaltsverzeichnis

I	Einleitung, Theorie	1
1	Entstehung und inhaltliche Ausrichtung des Buches	3
2	Lerntheoretische Grundlagen	7
2.1	Cognitive Load Theory und Example-based Learning	7
2.2	Cognitive Apprenticeship	9
3	Teilprozesse beim Aufgabenlösen	13
3.1	P: Problembewusstsein schaffen	14
3.2	K: Klärung der Handlungsoptionen	15
3.3	Z: Einen Zugriff herstellen, die Aufgabe handhabbar machen	16
3.4	A: Anpassen oder Prüfen der Passung	18
3.5	H: Handwerk	19
3.6	T: Tricks	19
3.7	B: Begleitende, strukturierende Kommentare und Erläuterungen	20
3.8	Die Teilprozesse in einer vollständigen Musterlösung	21
3.9	Quer zu den Teilprozessen liegende Kompetenzen und Dispositionen	22
II	Ausführliche Musterlösungen	25
4	Allgemeines zu Musterlösungen	27
4.1	Bemerkungen zu den ausführlichen Musterlösungen	27
4.2	Hinweise zum Verfassen komprimierter Musterlösungen	30
5	Musterlösungen zu mathematischen Grundlagen	33
5.1	Summen- und Produktzeichen	33
5.2	Vollständige Induktion	36
5.3	Mengeninklusion und -gleichheit bei Bild und Urbild	39
5.4	Injektivität und Surjektivität	43
5.5	Äquivalenzrelation und Äquivalenzklassen	45
6	Musterlösungen aus der Analysis 1	51
6.1	Supremum und Infimum	51
6.2	Konvergenz von Folgen	55
6.3	Cauchyfolgen	58
6.4	Konvergenz von Reihen	60
6.5	Folgenstetigkeit	64

6.6	Stetigkeit mit Epsilon und Delta	67
6.7	Gleichmäßige Stetigkeit und Lipschitz-Stetigkeit	69
6.8	Differenzierbarkeit	71
6.9	Taylorpolynom	74
6.10	Funktionenreihen	76
7	Musterlösungen aus der Analysis 2	79
7.1	Funktionengrenzwerte	79
7.2	Integrationsmethoden	84
7.3	Uneigentliche Integrale	87
7.4	Differenzierbarkeit von Funktionen $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$	90
7.5	Mehrdimensionale Kettenregel	93
7.6	Jacobi- und Hesse-Matrix	95
7.7	Lokale Extremstellen	97
7.8	Lokale Umkehrbarkeit	100
7.9	Implizite Funktionen	103
8	Musterlösungen aus der Linearen Algebra 1	105
8.1	Unterraumkriterium	105
8.2	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit	110
8.3	Bestimmung einer Basis eines Unterraumes	113
8.4	Rechnen mit Matrizen	115
8.5	Basis des Kerns einer Matrix	120
8.6	Basisergänzung und Basis des Faktorraum	122
8.7	Homomorphismen / Lineare Abbildungen	125
8.8	Zerlegung von Permutationen in Produkte aus Transpositionen	128
9	Musterlösungen aus der Linearen Algebra 2	131
9.1	Vandermondese Determinante	131
9.2	Dualraum	135
9.3	Jordansche Normalform ohne Basiswechselmatrix	138
9.4	Jordansche Normalform mit Basiswechselmatrix	141
9.5	Invariante Unterräume	146
9.6	A-zyklisch, Primärkomponenten und rationale Jordannormalform	150
9.7	Vektorraum der selbstadjungierten Abbildungen	155
III	Übungsteil	159
10	Verfassen ausführlicher Musterlösungen	161
10.1	Themen aus den mathematischen Grundlagen	162
10.1.1	Lösen von Ungleichungen	162
10.1.2	Vollständige Induktion	163
10.1.3	Mengenverknüpfungen	164
10.1.4	Körperaxiome	165
10.2	Themen aus der Analysis 1	166
10.2.1	Stetigkeit mit Epsilon und Delta	166
10.2.2	Zwischenwertsatz	166

10.2.3 Funktionengrenzwerte ohne de l’Hospital 167

10.2.4 Funktionenfolgen 167

10.3 Themen aus der Analysis 2 168

10.3.1 Grenzwert einer Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ 168

10.3.2 Differenzierbarkeit einer Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 169

10.3.3 Mehrdimensionale Kettenregel 170

10.3.4 Lokale Umkehrbarkeit 171

10.4 Themen aus der Linearen Algebra 1 171

10.4.1 Gauß-Jordan-Algorithmus 171

10.4.2 Basisergänzung 173

10.4.3 Invertierbarkeit von Matrizen 173

10.4.4 Kommutierende Matrizen 174

10.5 Themen aus der Linearen Algebra 2 175

10.5.1 Eigenwerte, Eigenräume, charakteristisches Polynom und Minimalpolynom 175

10.5.2 Diagonalisierbarkeit 176

10.5.3 Linearformen 177

10.5.4 Skalarprodukt 178

IV Lösungsvorschläge 181

11 Lösungsvorschläge zu Teil II 183

11.1 Lösungen zu Kapitel 5 183

11.2 Lösungen zu Kapitel 6 188

11.3 Lösungen zu Kapitel 7 200

11.4 Lösungen zu Kapitel 8 207

11.5 Lösungen zu Kapitel 9 217

12 Ausführliche Musterlösungen zu Teil III 231

12.1 Themen aus den mathematischen Grundlagen 231

12.1.1 Lösen von Ungleichungen 231

12.1.2 Vollständige Induktion 234

12.1.3 Mengenverknüpfungen 236

12.1.4 Körperaxiome 239

12.2 Themen aus der Analysis 1 242

12.2.1 Stetigkeit mit Epsilon und Delta 242

12.2.2 Zwischenwertsatz 244

12.2.3 Funktionsgrenzwerte ohne l’Hospital 245

12.2.4 Funktionenfolgen 246

12.3 Themen aus Analysis 2 249

12.3.1 Grenzwert einer Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ 249

12.3.2 Differenzierbarkeit einer Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 251

12.3.3 Mehrdimensionale Kettenregel 252

12.3.4 Lokale Umkehrbarkeit 253

12.4 Themen aus der Linearen Algebra 1 254

12.4.1 Gauß-Jordan-Algorithmus 254

12.4.2 Basisergänzung 257

12.4.3	Invertierbarkeit von Matrizen	260
12.4.4	Kommutierende Matrizen	261
12.5	Themen aus der Linearen Algebra 2	264
12.5.1	Eigenwerte, Eigenräume, charakteristisches Polynom und Minimalpolynom	264
12.5.2	Diagonalisierbarkeit	266
12.5.3	Linearformen	269
12.5.4	Skalarprodukt	272
Sachverzeichnis		275
Symbolverzeichnis		280