

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort ..... v

Inhaltsverzeichnis ..... vii

<b>1</b>	<b>Algebraisches Denken – eine Annäherung</b> .....	<b>1</b>
1.1	Abgrenzung von Arithmetik und Algebra.....	2
1.2	Blick zurück nach vorn – Geschichte der Algebra.....	3
1.3	Zugänge und Wege zur Algebra.....	6
1.4	Warum der Weg zur Algebra steinig sein kann – Hinweise auf Einflussfaktoren.....	8
1.5	Beziehungen zwischen Arithmetik und Algebra .....	10
1.6	Warum algebraisches Denken fördern? .....	15
<b>2</b>	<b>Muster und Strukturen – wegweisend für algebraisches Denken</b> <b>19</b>	
2.1	Muster und Strukturen in Bildungsstandards und Lehrplänen .....	20
2.2	Muster und Strukturen in internationalen Standards.....	22
2.3	Muster regen das Denken an.....	25
2.4	Über Folgen nachdenken – algebraisches Denken fördern .....	26
2.5	Formen- und Farbenmuster.....	28
2.6	Zahlenmuster .....	39
2.6.1	Mathematischer Hintergrund zu Zahlenfolgen.....	40
2.6.2	Aktivitäten zu Zahlenfolgen.....	42
2.6.3	Zahlenfolgen operativ verändern .....	45
2.6.4	Zahlenfolgen innerhalb anderer Aufgabenformate.....	48
2.7	Muster und Terme – Terme und Muster.....	57
2.7.1	Was siehst du? – Terme in Muster hineinzeigen.....	57
2.7.2	Kann man das zeichnen? – Muster aus Termen entwickeln.....	62
2.7.3	Sind das jetzt ‚echte‘ Beweise? - Muster und Terme .....	
	im Zusammenspiel.....	68
<b>3</b>	<b>Lineare Gleichungen und Ungleichungen</b> .....	<b>73</b>
3.1	Gleichungen und das Gleichheitszeichen aus Sicht der Lernenden.....	73
3.2	Mathematische Begriffe und Hintergrund.....	77
3.3	Strukturen in Termen und Gleichungen sehen lernen – .....	
	‚Termbausteine‘.....	81
3.4	Prozesse mit Konzeptideen – Lösungsverfahren linearer Gleichungen hinterfragen .....	88

3.5	Gleichwertigkeit herstellen.....	96
3.6	Zahlenspiele – Terme und Gleichungen ‚wirkungslos‘ variieren.....	101
3.6.1	Terme variieren.....	102
3.6.2	Gleichungen variieren.....	104
3.7	Gleichungen erfinden.....	107
3.8	Gleichwertigkeit beurteilen.....	110
3.9	Da stimmt was nicht – Gleichungen korrigieren.....	116
3.10	Bemerkungen zum Thema Gleichungen.....	120
<b>4</b>	<b>Eigenschaften von Rechenoperationen und Beweisstrategien ..</b>	<b>123</b>
4.1	Operation und Gegenoperation.....	125
4.2	Kommutativität.....	126
4.2.1	Kommutativität der Addition.....	126
4.2.2	Kommutativität der Multiplikation.....	131
4.3	Assoziativität.....	136
4.4	Distributivität.....	141
4.5	Mit Termen spielen – Konstanz erhalten.....	153
4.6	Bemerkungen zu Eigenschaften von Operationen – Algebra als bewusste Strategienutzung.....	162
<b>5</b>	<b>Zur Bedeutung von Variablen .....</b>	<b>165</b>
5.1	Eine kurze Geschichte der Variablen.....	166
5.2	Grundkonzepte von Variablen.....	167
5.2.1	Die Unbekannte – auf der Suche nach Mister X.....	169
5.2.2	Die Veränderliche – was passiert, wenn?.....	171
5.2.3	Variable als unbestimmte, allgemeine Zahl.....	172
5.3	Lernumgebungen zu Variablen als Unbekannte von Anfang an.....	174
5.3.1	Verbale und andere Zahlenrätsel.....	175
5.3.2	Die Unbekannte als ‚Behälter‘.....	183
5.3.3	Die Bedeutung unlösbarer Rätsel.....	185
5.4	Variable variieren.....	189
5.5	Bemerkungen zu Variablen.....	190
<b>6</b>	<b>Funktionale Beziehungen nutzen .....</b>	<b>197</b>
6.1	Mathematische Hintergründe zu Funktionen.....	200
6.2	Funktionales Denken.....	201
6.3	Funktionale Beziehungen in verschiedenen Repräsentationen.....	203
6.4	Funktionale Beziehungen aufdecken – auf der Suche nach der Regel.....	206
6.4.1	Die Funktion entschlüsseln – rekursive ..... und explizite Vorgehensweisen.....	208
6.4.2	Funktionale Beziehungen notieren.....	211
6.4.3	Eigene Regeln aufstellen und finden lassen.....	213
6.4.4	Grafische Repräsentation linearer Funktionen.....	215

6.5	Algebraisches Denken und Technik – Möglichkeiten von neuen und alten Technologien .....	218
6.5.1	Einsatz von Taschenrechnern .....	218
6.5.2	Einsatz von Tabellenkalkulationsprogrammen.....	220
6.6	Bemerkungen zu funktionalen Beziehungen .....	224
<b>7</b>	<b>Schlussbemerkungen .....</b>	<b>227</b>
7.1	Die Bedeutung der Lehrpersonen.....	227
7.2	Algebraisches Denken – auf dem Weg zu .....	
	mathematischen Konzepten .....	231
	<b>Exkurs: Wege zur algebraischen Syntax .....</b>	<b>237</b>
A	Von Multiplikationstabellen zur algebraischen Symbolsprache – .....	
	„Grid“-Algebra .....	238
B	Von Größenvergleichen zur algebraischen Symbolsprache – .....	
	„Measure Up“-Algebra .....	243
<b>Anhang</b>	.....	<b>249</b>
<b>Literatur</b>	.....	<b>253</b>
<b>Bildnachweis</b>	.....	<b>271</b>
<b>Index</b>	.....	<b>275</b>