

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	1
Voraussetzungen . . . . .	6
<b>I Gruppen: Grundlagen</b>	
§ 1 Gruppen, Untergruppen und Nebenklassen . . . . .	7
§ 2 Normale Untergruppen und Homomorphismen . . . . .	15
§ 3 Die symmetrische Gruppe . . . . .	17
§ 4 Faktorgruppen und Isomorphiesätze . . . . .	20
§ 5 Produkte und Gruppenerweiterungen . . . . .	23
§ 6 Operationen von Gruppen auf Mengen . . . . .	27
Übungen . . . . .	29
<b>II Gruppen: Strukturtheorie</b>	
§ 1 Die Sätze von Sylow . . . . .	35
§ 2 Normal- und Kompositionsserien . . . . .	38
§ 3 Auflösbare Gruppen . . . . .	41
§ 4 Nilpotente Gruppen . . . . .	44
§ 5 Abelsche Gruppen . . . . .	47
Übungen . . . . .	55
A Freie Gruppen, Erzeugende und Relationen . . . . .	59
B Die allgemeine lineare Gruppe . . . . .	66
<b>III Ringe</b>	
§ 1 Ringe, Homomorphismen und Ideale . . . . .	81
§ 2 Einheiten, Nullteiler . . . . .	84
§ 3 Kommutative Ringe . . . . .	86
§ 4 Ringe der Brüche . . . . .	91
§ 5 Teilbarkeit in Integritätsbereichen . . . . .	92
Übungen . . . . .	98
<b>IV Polynomringe</b>	
§ 1 Polynome . . . . .	103
§ 2 Nullstellen von Polynomen . . . . .	106
§ 3 Polynome in mehreren Veränderlichen . . . . .	109
§ 4 Unzerlegbare Elemente . . . . .	114
Übungen . . . . .	120
C Schiefpolynomringe . . . . .	123

## V Elementare Theorie der Körpererweiterungen

§ 1	Körpererweiterungen	129
§ 2	Einfache Erweiterungen	130
§ 3	Algebraische Erweiterungen	132
§ 4	Zerfällungskörper	137
§ 5	Separable Erweiterungen	141
§ 6	Endliche Körper	145
	Übungen	146

## VI Galoistheorie

§ 1	Galoiserweiterungen	151
§ 2	Einheitswurzeln	156
§ 3	Lineare Unabhängigkeit von Körperhomomorphismen, Normalbasen	163
§ 4	Die Polynome $X^n - a$	166
§ 5	Auflösbarkeit von Gleichungen	171
§ 6	Norm und Spur	175
	Übungen	181

## VII Moduln : Allgemeine Theorie

§ 1	Definitionen	187
§ 2	Faktormoduln und Isomorphiesätze	190
§ 3	Direkte Summen und Produkte	192
§ 4	Erzeugendensysteme und Basen	193
§ 5	Exakte Folgen	195
§ 6	Endlich erzeugbare und noethersche Moduln	197
§ 7	Unzerlegbare Moduln	200
§ 8	Moduln über Hauptidealringen	202
§ 9	Moduln über $K[X]$	209
§ 10	Tensorprodukte von Moduln	212
	Übungen	219
D	Der Hilbertsche Basissatz	226
E	Projektive und injektive Moduln	229
F	Erweiterungen von Moduln	235

## VIII Halbeinfache und artinsche Moduln und Ringe

§ 1	Einfache und halbeinfache Moduln	245
§ 2	Halbeinfache Ringe	252
§ 3	Der Dichtesatz	257
§ 4	Algebren	258
§ 5	Gruppenalgebren	261
§ 6	Artinsche Moduln	262

§ 7	Das Radikal eines Moduls	264
§ 8	Artinsche Ringe	267
§ 9	Moduln endlicher Länge	268
§ 10	Der Satz von Krull und Schmidt	270
	Übungen	273
G	Projektive Moduln über artinschen Ringen	278
H	Frobenius-Algebren	284
J	Darstellungen von Köchern	290
Z	Darstellungstheorie endlicher Gruppen	297

## IX Zentrale einfache Algebren

§ 1	Quaternionenalgebren	319
§ 2	Tensorprodukte von Algebren	327
§ 3	Zentrale Algebren	330
§ 4	Einfache Algebren	332
§ 5	Brauergruppen und Zerfällungskörper von Algebren	336
§ 6	Zentralisatoren und der Satz von Skolem & Noether	340
§ 7	Maximale Teilkörper	343
§ 8	Verschränkte Produkte	349
§ 9	Zyklische Algebren	360
	Übungen	363

## X Ganze Ringerweiterungen und Dedekindringe

§ 1	Ganze Ringerweiterungen	371
§ 2	Dedekindringe und Körpererweiterungen	374
§ 3	Primidealzerlegung	377
§ 4	Zerlegungsgesetze	382
	Übungen	388
K	Die allgemeine lineare Gruppe über Ringen	393

## XI Quadratische Formen

§ 1	Bilinearformen	407
§ 2	Quadratische Räume	412
§ 3	Orthogonale Gruppen	417
§ 4	Der Satz von Witt	420
§ 5	Clifford-Algebren	424
§ 6	Die Struktur von Clifford-Algebren	431
§ 7	Spin-Gruppen	444
	Übungen	451

Literatur	459
Index	463