

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	1
Voraussetzungen . . . . .	6

## I Gruppen: Grundlagen

§ 1	Gruppen, Untergruppen und Nebenklassen . . . . .	7
§ 2	Normale Untergruppen und Homomorphismen . . . . .	15
§ 3	Die symmetrische Gruppe . . . . .	17
§ 4	Faktorgruppen und Isomorphiesätze . . . . .	20
§ 5	Produkte und Gruppenerweiterungen . . . . .	23
§ 6	Operationen von Gruppen auf Mengen . . . . .	27
	Übungen . . . . .	29

## II Gruppen: Strukturtheorie

§ 1	Die Sätze von Sylow . . . . .	35
§ 2	Normal- und Kompositionsreihen . . . . .	38
§ 3	Auflösbare Gruppen . . . . .	41
§ 4	Nilpotente Gruppen . . . . .	44
§ 5	Abelsche Gruppen . . . . .	47
	Übungen . . . . .	55
A	Freie Gruppen, Erzeugende und Relationen . . . . .	59
B	Die allgemeine lineare Gruppe . . . . .	66

## III Ringe

§ 1	Ringe, Homomorphismen und Ideale . . . . .	81
§ 2	Einheiten, Nullteiler . . . . .	84
§ 3	Kommutative Ringe . . . . .	86
§ 4	Ringe der Brüche . . . . .	91
§ 5	Teilbarkeit in Integritätsbereichen . . . . .	92
	Übungen . . . . .	98

## IV Polynomringe

§ 1	Polynome . . . . .	103
§ 2	Nullstellen von Polynomen . . . . .	106
§ 3	Polynome in mehreren Veränderlichen . . . . .	109
§ 4	Unzerlegbare Elemente . . . . .	114
	Übungen . . . . .	120
C	Schiefpolynomringe . . . . .	123

## V Elementare Theorie der Körpererweiterungen

§ 1	Körpererweiterungen . . . . .	129
§ 2	Einfache Erweiterungen . . . . .	130
§ 3	Algebraische Erweiterungen . . . . .	132
§ 4	Zerfällungskörper . . . . .	137
§ 5	Separable Erweiterungen . . . . .	141
§ 6	Endliche Körper . . . . .	145
	Übungen . . . . .	146

## VI Galoistheorie

§ 1	Galoiserweiterungen . . . . .	151
§ 2	Einheitswurzeln . . . . .	156
§ 3	Lineare Unabhängigkeit von Körperhomomorphismen, Normalbasen . . . . .	163
§ 4	Die Polynome $X^n - a$ . . . . .	166
§ 5	Auflösbarkeit von Gleichungen . . . . .	171
§ 6	Norm und Spur . . . . .	175
	Übungen . . . . .	181

## VII Moduln : Allgemeine Theorie

§ 1	Definitionen . . . . .	187
§ 2	Faktormoduln und Isomorphiesätze . . . . .	190
§ 3	Direkte Summen und Produkte . . . . .	192
§ 4	Erzeugendensysteme und Basen . . . . .	193
§ 5	Exakte Folgen . . . . .	195
§ 6	Endlich erzeugbare und noethersche Moduln . . . . .	197
§ 7	Unzerlegbare Moduln . . . . .	200
§ 8	Moduln über Hauptidealringen . . . . .	202
§ 9	Moduln über $K[X]$ . . . . .	209
§ 10	Tensorprodukte von Moduln . . . . .	212
	Übungen . . . . .	219
D	Der Hilbertsche Basissatz . . . . .	226
E	Projektive und injektive Moduln . . . . .	229
F	Erweiterungen von Moduln . . . . .	235

## VIII Halbeinfache und artinsche Moduln und Ringe

§ 1	Einfache und halbeinfache Moduln . . . . .	245
§ 2	Halbeinfache Ringe . . . . .	252
§ 3	Der Dichtesatz . . . . .	257
§ 4	Algebren . . . . .	258
§ 5	Gruppenalgebren . . . . .	261
§ 6	Artinsche Moduln . . . . .	262

§ 7	Das Radikal eines Moduls . . . . .	264
§ 8	Artinsche Ringe . . . . .	267
§ 9	Moduln endlicher Länge . . . . .	268
§ 10	Der Satz von Krull und Schmidt . . . . .	270
	Übungen . . . . .	273
G	Projektive Moduln über artinschen Ringen . . . . .	278
H	Frobenius-Algebren . . . . .	284
J	Darstellungen von Köchern . . . . .	290
Z	Darstellungstheorie endlicher Gruppen . . . . .	297

## IX Zentrale einfache Algebren

§ 1	Quaternionenalgebren . . . . .	319
§ 2	Tensorprodukte von Algebren . . . . .	327
§ 3	Zentrale Algebren . . . . .	330
§ 4	Einfache Algebren . . . . .	332
§ 5	Brauergruppen und Zerfällungskörper von Algebren . . . . .	336
§ 6	Zentralisatoren und der Satz von Skolem & Noether . . . . .	340
§ 7	Maximale Teilkörper . . . . .	343
§ 8	Verschränkte Produkte . . . . .	349
§ 9	Zyklische Algebren . . . . .	360
	Übungen . . . . .	363

## X Ganze Ringerweiterungen und Dedekindringe

§ 1	Ganze Ringerweiterungen . . . . .	371
§ 2	Dedekindringe und Körpererweiterungen . . . . .	374
§ 3	Primidealzerlegung . . . . .	377
§ 4	Zerlegungsgesetze . . . . .	382
	Übungen . . . . .	388
K	Die allgemeine lineare Gruppe über Ringen . . . . .	393

## XI Quadratische Formen

§ 1	Bilinearformen . . . . .	407
§ 2	Quadratische Räume . . . . .	412
§ 3	Orthogonale Gruppen . . . . .	417
§ 4	Der Satz von Witt . . . . .	420
§ 5	Clifford-Algebren . . . . .	424
§ 6	Die Struktur von Clifford-Algebren . . . . .	431
§ 7	Spin-Gruppen . . . . .	444
	Übungen . . . . .	451

Literatur . . . . .	459
Index . . . . .	463