

Inhaltsverzeichnis

Teil I Einführung und Grundlagen

1	Modellierung mit Partiellen Differentialgleichungen	15
2	Erste Eigenschaften von Lösungen	21
2.1	Notation und partielle Integration	21
2.2	Harmonische Funktionen	23
2.3	Erste zeitabhängige Gleichungen	30
3	Grundlagen für einen verallgemeinerten Lösungsbegriff	39
3.1	Der Gaußsche Satz	39
3.2	Distributionen	46
3.3	Sobolevräume	54
4	Schwache Konvergenz	69
4.1	Dualräume und schwache Konvergenzbegriffe	69
4.2	Kompaktheit	76
4.3	Methoden zur Behandlung nichtlinearer Gleichungen	82

Teil II Lineare Elliptische Differentialgleichungen

5	Darstellungsformeln	95
5.1	Die Fundamentallösung	95
5.2	Green'sche Funktionen	99
5.3	Fourier-Reihen	106
6	Energiemethoden	111
6.1	Variationsmethode und symmetrische Probleme	111
6.2	Unsymmetrische Bilinearformen und Lax-Milgram	122
6.3	Regularität	129

7	Maximumprinzipien für elliptische Gleichungen	141
7.1	Geometrischer Zugang zu Maximumprinzipien	141
7.2	Beweis mit Testfunktionen, Anwendungen	146

8	Harmonische Funktionen: Weitere Eigenschaften und Verfahren	155
8.1	Regularität, Liouville-Theorem, Harnack-Ungleichung	155
8.2	Das Perron Verfahren	159
8.3	Spektralsatz und Laplace-Beltrami Operator	166

Teil III Lineare zeitabhängige Differentialgleichungen

9	Darstellungsformeln für Parabolische Gleichungen	175
9.1	Lösung der Wärmeleitungsgleichung im Ganzraum	175
9.2	Maximumprinzip, Regularität, Halbgruppe	181

10	Zeitabhängige Funktionenräume	189
10.1	Bochner-Räume	191
10.2	Interpolationssätze für Raum-Zeit Funktionen	201

11	Energiemethoden für Parabolische Gleichungen	209
11.1	Existenz mit zeitdiskreten Approximationen	211
11.2	Maximumprinzip, Regularität und weitere Eigenschaften	222

12	Wellengleichungen	229
12.1	Modellierung und Lösungsformeln	229
12.2	Existenz mit einem Galerkinverfahren	236

Teil IV Variationsrechnung

13	Direkte Methode der Variationsrechnung	245
13.1	Euler-Lagrange Gleichungen, Direkte Methode	247
13.2	Konvexität und Unterhalbstetigkeit	253

14	Nichtkonvexe Funktionale, Nebenbedingungen	261
14.1	Ein nichtkonvexes Problem	261
14.2	Nebenbedingungen	268

15	Konvexe Analysis	281
15.1	Fenchel-Konjugierte und Subdifferential	281
15.2	Konvexe Analysis in Anwendungen	290

Teil V Fixpunktsätze und Monotone Operatoren

16	Lösung nichtlinearer Gleichungen mit Fixpunktsätzen	299
16.1	Zentrale Fixpunktsätze, Variationsungleichungen	300
16.2	Lösung nichtlinearer elliptischer und parabolischer Gleichungen	310

17	Monotone Operatoren	321
17.1	Definitionen, Existenzsatz von Browder und Minty	321
17.2	Der p -Laplace und der Monotonietrick	328
17.3	Variationsungleichungen und gestört monotone Operatoren	335
18	Stationäre poröse Medien Gleichungen	345
18.1	Nichtdegenerierte Strömungsgleichungen	347
18.2	Das Grundwasserproblem — ein freies Randwertproblem	350

Teil VI Nichtlineare Evolutionsgleichungen

19	Quasilineare Gleichungen	363
19.1	Existenzresultat mit dem Galerkin-Verfahren	364
19.2	Finite Elemente	370
20	Degenerierte Diffusion	375
20.1	Poröse Medien Gleichung und Regularisierungstechnik	375
20.2	Doppelt degenerierte Probleme und Zeitdiskretisierung	384
21	Eindeutigkeit und Stabilität	397
21.1	Eindeutigkeit und Vergleich von Lösungen	397
21.2	Langzeitverhalten und Stabilität	404

Teil VII Strömungsmechanik

22	Modellierung von Fluide	411
22.1	Geschwindigkeit, Druck, Ideale Fluide	414
22.2	Innere Reibung und Navier-Stokes Gleichungen	426
22.3	Potentialströmungen	431
23	Die Stokes Gleichung	445
23.1	Variationsformulierung und Existenzresultat	446
23.2	Ein numerisches Verfahren für die Stokes Gleichung	455
23.3	Die instationäre Gleichung	466
24	Navier-Stokes und Euler Gleichungen	477
24.1	Der Konvektionsterm und Kompaktheitsresultate	477
24.2	Existenz und Eindeutigkeit für Navier-Stokes	487
24.3	Existenzresultate für die Euler Gleichungen	497

Teil VIII Festkörpermechanik

25	Modellierung und lineare Theorie	507
25.1	Verformungen und Kräfte	507
25.2	Symmetrische Gradienten und Korn'sche Ungleichung	516
25.3	Existenzresultate für lineare Elastizitätsmodelle	527

26	Nichtlineare Elastizität	531
26.1	Ad hoc Modelle für eindimensionale Objekte	531
26.2	Nichtlineare dreidimensionale Modelle	538
26.3	Existenzresultat für ein quasikonvexes Variationsproblem	546
27	Plastizität	555
27.1	Modelle für plastische Verformung	555
27.2	Behandlung eines Modells mit kinematischer Härtung	563
27.3	Quasistationäre Evolution	574
A	Verzeichnisse	587
A.1	Notation und Symbole	587
A.2	Verwendete Sätze	589
	Literaturverzeichnis	591
	Sachverzeichnis	595