

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Differentialgleichungen in der Praxis</b>	<b>1</b>
1.1	Elektrotechnik . . . . .	1
1.2	Mechanik . . . . .	4
1.3	Thermodynamik und Chemie . . . . .	7
1.4	Physik . . . . .	8
1.5	Mathematik . . . . .	21
1.6	Biologie und Populationsdynamik . . . . .	28
1.7	Medizin . . . . .	33
1.8	Weitere Beispiele . . . . .	35
1.8.1	Skalare gDGl 1. Ordnung . . . . .	35
1.8.2	Systeme von zwei gDGl 1. Ordnung . . . . .	46
1.8.3	Systeme von $n$ gDGl 1. Ordnung . . . . .	50
1.8.4	Skalare gDGl 2. und höherer Ordnung . . . . .	52
<b>2</b>	<b>Differentialgleichungen mit Maple</b>	<b>59</b>
2.1	Analytische Lösung von Differentialgleichungen . . . . .	60
2.2	Lösungsdarstellung von Differentialgleichungen . . . . .	68
2.2.1	Richtungsfeld der Differentialgleichung . . . . .	69
2.2.2	Numerische Lösung . . . . .	75
2.2.3	Richtungsfeld und numerische Lösung . . . . .	97
2.3	Definitionsbereiche von Lösungen . . . . .	146
2.4	Eindeutige Lösung von Anfangswertproblemen . . . . .	203
2.5	Mehrdeutige Lösung von Anfangswertproblemen . . . . .	210
2.6	Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen . . . . .	253
2.7	Spezielle gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .	297

<b>3 Differenzen, Differenzenquotienten, Taylor-Reihen</b>	<b>333</b>
3.1 Differenzen . . . . .	333
3.2 Dividierte Differenzen . . . . .	336
3.3 Approximation von Ableitungen mit Differenzenquotienten . . . . .	340
3.3.1 Einfache Differenzenquotienten . . . . .	340
3.3.2 Symmetrische Quotienten für die 1. und 2. Ableitung . . . . .	341
3.3.3 Symmetrische Differenzenquotienten bis zur 6. Ableitung . . . . .	341
3.3.4 Differenzenquotienten für die 1. Ableitung . . . . .	342
3.3.5 Differenzenquotienten für die 2. und höhere Ableitungen . . . . .	343
3.3.6 Berechnung von Ableitungen . . . . .	343
3.4 Taylor-Reihen und Ableitungen . . . . .	353
<b>4 Einführung in die Numerik</b>	<b>355</b>
4.1 Grundbegriffe . . . . .	355
4.2 Das Eulersche Polygonzugverfahren . . . . .	378
4.3 Erste Fehlerbetrachtungen . . . . .	392
<b>5 Explizite Einschrittverfahren</b>	<b>395</b>
5.1 Das Konzept der Einschrittverfahren . . . . .	395
5.2 Runge-Kutta-Verfahren . . . . .	400
5.2.1 Parameterschemata . . . . .	421
5.3 Konvergenz von Einschrittverfahren . . . . .	431
5.4 Schrittweitensteuerung . . . . .	440
5.4.1 Schrittweitenkontrolle mittels lokalen Diskretisierungsfehler . . . . .	440
5.4.2 Schrittweitenkontrolle mittels Einbettung . . . . .	454
5.4.3 Schrittweitenkontrolle mittels Schrittzahl . . . . .	461
5.4.4 Schrittweitensteuerung mit Grob- und Feinrechnung . . . . .	464
5.4.5 Variable Schrittweitensteuerung . . . . .	484
<b>6 Lineare Mehrschrittverfahren</b>	<b>497</b>
6.1 Das Konzept der linearen Mehrschrittverfahren . . . . .	497
6.1.1 Adams-Basforth-Verfahren . . . . .	501
6.1.2 Adams-Moulton-Verfahren . . . . .	507
6.1.3 Prädiktor-Korrektor-Verfahren . . . . .	511

---

6.2	Die Ordnung linearer Mehrschrittverfahren . . . . .	517
6.3	Homogene lineare Differenzengleichungen . . . . .	523
6.4	Konsistenz und Konvergenz von Mehrschrittverfahren . . . . .	528
<b>7</b>	<b>Stabilität von Schrittverfahren</b>	<b>549</b>
7.1	Absolute Stabilität . . . . .	549
7.1.1	Stabilität und Stabilitätsgebiet von Einschrittverfahren . . . . .	551
7.2	Stabilität von Mehrschrittverfahren . . . . .	568
7.2.1	Stabilitätsgebiet von Mehrschrittverfahren . . . . .	569
7.3	Integration steifer Systeme . . . . .	606
7.3.1	Systeme mit ausgeprägter Steifheit . . . . .	643
7.3.2	Steife Systeme und Linearisierung . . . . .	667
<b>8</b>	<b>Implizite Einschrittverfahren</b>	<b>673</b>
8.1	Motivation für implizite Schrittverfahren . . . . .	673
8.2	Das implizite Euler-Verfahren . . . . .	675
8.3	Parameterschemata . . . . .	682
8.4	Implementation ausgewählter impliziter RKV . . . . .	691
8.5	Rosenbrock-Wanner-Verfahren . . . . .	697
8.5.1	Einfache ROW-Verfahren . . . . .	700
8.5.2	Eingebettete ROW-Verfahren . . . . .	705
<b>9</b>	<b>Übungsserien</b>	<b>719</b>
<b>Index</b>		<b>763</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>767</b>