

# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Vorwort</b> .....  | <b>V</b>  |
| <b>Symbolverzeichnis</b> .....                                  | <b>XI</b> |
| <b>Teil I Grundlagen der Finanzmathematik</b>                   |           |
| <b>1. Mathematische Grundlagen und Grundkenntnisse</b> .....    | <b>1</b>  |
| 1.1 Wurzeln und Potenzen .....                                  | 1         |
| 1.2 Logarithmen .....   | 2         |
| 1.3 Arithmetische Folgen und Reihen .....                       | 3         |
| 1.4 Geometrische Folgen und Reihen .....                        | 4         |
| 1.5 Zinsrechnung .....  | 5         |
| 1.6 Einfache Zinsen .....                                       | 7         |
| 1.7 Nominal- und Effektivverzinsung .....                       | 10        |
| 1.8 Wechseldiskontierung .....                                  | 11        |
| 1.9 Interpolationsverfahren .....                               | 12        |
| <b>2. Zins und Zinseszinsen</b> .....                           | <b>15</b> |
| 2.1 Begriff .....   | 15        |
| 2.2 Zinseszins bei jährlicher Verzinsung .....                  | 16        |
| 2.3 Gemischte Verzinsung .....                                  | 21        |
| 2.4 Mittlerer Zahlungstermin .....                              | 23        |
| 2.5 Unterjährliche Verzinsung .....                             | 26        |
| 2.6 Stetige Verzinsung .....                                    | 27        |
| 2.7 Vorschüssige Verzinsung .....                               | 29        |
| <b>3. Abschreibungen</b> .....                                  | <b>31</b> |
| 3.1 Abschreibungsbegriff .....                                  | 31        |
| 3.2 Lineare Abschreibung (AfA in gleichen Jahresbeträgen) ..... | 32        |
| 3.3 Arithmetisch-degressive Abschreibung .....                  | 33        |
| 3.4 Geometrisch-degressive Abschreibung .....                   | 35        |
| 3.5 Ökonomische Abschreibung .....                              | 37        |
| <b>4. Rentenrechnung</b> .....                                  | <b>41</b> |
| 4.1 Rentenbegriff .....   | 41        |

|   |     |
|---|-----|
| 4.2 Nachschüssige Jahresrente .....   | 42  |
| 4.3 Vorschüssige Jahresrente .....  | 43  |
| 4.4 Unterjährliche Renten .....   | 52  |
| 4.4.1 Jährliche Rentenzahlungen und unterjährliche Zinskapitalisierung .....                        | 53  |
| 4.4.2 Unterjährliche Rentenzahlungen mit jährlicher Zinsverrechnung .....                           | 54  |
| 4.4.3 Unterjährliche Rentenzahlungen mit unterjährlicher Zinsverrechnung .....                      | 57  |
| 4.5 Progressive Rente .....   | 65  |
| 4.5.1 Geometrisch fortschreitende Renten .....  | 66  |
| 4.5.2 Arithmetisch fortschreitende Renten .....   | 67  |
| 4.6 Ewige Rente .....   | 68  |
| 4.6.1 Konstante ewige Rente .....   | 68  |
| 4.6.2 Arithmetisch fortschreitende ewige Rente .....  | 70  |
| 4.6.3 Geometrisch fortschreitende ewige Rente .....   | 70  |
| 4.7 Berechnung von Pensionsrückstellungen .....   | 71  |
| 4.7.1 Berechnung von Pensionsrückstellungen bei sicheren Erwartungen .....                          | 71  |
| 4.7.2 Berechnung von Pensionsrückstellungen unter Einbeziehung von Sterbewahrscheinlichkeiten ..... | 74  |
| 5. Tilgungsrechnung .....   | 79  |
| 5.1 Inhalt der Tilgungsrechnung .....   | 79  |
| 5.2 Ratentilgung .....  | 81  |
| 5.3 Annuitätentilgung .....   | 82  |
| 5.3.1 Formale Darstellung .....   | 82  |
| 5.3.2 Prozentannuität .....   | 86  |
| 5.3.3 Annuitätentilgung mit Konversion, Sondertilgung .....   | 88  |
| 5.4 Zinsanleihe mit Rücklagentilgung .....  | 91  |
| 5.5 Tilgung mit Aufgeld und Gebühren .....  | 91  |
| 5.5.1 Ratentilgung mit Aufgeld .....  | 92  |
| 5.5.2 Annuitätentilgung mit Gebührenverrechnung .....   | 93  |
| 5.5.3 Annuitätentilgung mit Aufgeld .....   | 95  |
| 5.6 Tilgung von Serienanleihen .....  | 96  |
| 5.6.1 Tilgung in gleichen Raten .....   | 97  |
| 5.6.2 Tilgung einer Annuitätenanleihe in Stücken gleichen Nennwerts .....                           | 97  |
| 5.6.3 Aufgeldanleihe bei eingeschlossenem Aufgeld .....   | 98  |
| 5.7 Unterjährliche Annuitätentilgung .....  | 99  |
| 5.7.1 Jährliche Tilgungsverrechnung und unterjährliche Zinskapitalisierung .....                    | 101 |
| 5.7.2 Unterjährliche Zins- und Tilgungsverrechnungszeitpunkte ....                                  | 101 |

|   |            |
|---|------------|
| 5.8 Ratenkredite (Teilzahlungskredite) .....  | 106        |
| 5.8.1 Überblick .....   | 106        |
| 5.8.2 Ratenkredite ohne Bearbeitungsgebühren .....  | 107        |
| 5.8.3 Ratenkredite mit Bearbeitungsgebühren .....   | 110        |
| <b>6. Kurs und Effektivverzinsung .....</b>   | <b>113</b> |
| 6.1 Zusammenhang zwischen Kurs und Effektivverzinsung .....   | 113        |
| 6.2 Kursberechnung .....  | 115        |
| 6.3 Berechnung der Effektivverzinsung (Rendite) .....   | 122        |
| 6.3.1 Jährliche Zahlungen .....   | 122        |
| 6.3.2 Unterjährliche Zahlungen .....  | 123        |
| <br><b>Teil II Anwendungsmöglichkeiten in der Investitions- und Bankwirtschaft</b>  |            |
| <b>7. Investitionen .....</b>   | <b>131</b> |
| 7.1 Zielsetzungen bei Investitionsentscheidungen .....  | 131        |
| 7.2 Dynamische Verfahren der Investitionsrechnung .....   | 132        |
| 7.2.1 Vermögenswertmethoden .....   | 134        |
| 7.2.2 Zinssatzmethoden .....  | 155        |
| 7.2.3 Einbeziehung von Steuerwirkungen .....  | 168        |
| 7.3 Marktzinensorientierte Kapitalwertmethode: Berücksichtigung der<br>Zinsstrukturkurve des Geld- und Kapitalmarktes ..... | 174        |
| 7.3.1 Lösung mithilfe des vollständigen Finanzplans<br>(Duplizierungsprinzip) .....   | 174        |
| 7.3.2 Kalkulation mit periodenspezifischen Kalkulationszinssätzen ..  | 176        |
| 7.3.3 Fallstudie: Berechnung einer Vorfälligkeitsentschädigung in der<br>Bankpraxis .....                                   | 182        |
| 7.3.4 Margenermittlung bei nicht-flacher Zinsstrukturkurve des Geld-<br>und Kapitalmarktes .....                            | 185        |
| <b>8. Investitionsrechnung bei unsicheren Erwartungen .....</b>   | <b>187</b> |
| 8.1 Portfolio Selection .....   | 187        |
| 8.2 Kapitalmarktklinie .....  | 191        |
| 8.3 Capital Asset Pricing Model (CAPM) .....  | 194        |
| <b>9. Messung und Steuerung des Zinsänderungsrisikos .....</b>  | <b>201</b> |
| 9.1 Durationskonzepte .....   | 201        |
| 9.1.1 (Macaulay-) Duration .....  | 201        |
| 9.1.2 Anwendungsmöglichkeiten der Duration .....  | 203        |
| 9.2 Barwert- und Endwertsimulationen und das Praxisbeispiel Baseler<br>Zinsschock .....                                     | 207        |
| 9.2.1 Beschreibung der Barwert- und Endwertsimulation .....   | 207        |
| 9.2.2 Praxisbeispiel Baseler Zinsschock .....   | 207        |

|  |            |
|--|------------|
| 9.3 Value at Risk (VaR).....                                     | 209        |
| 9.3.1 Vereinfachte Berechnung des VaR über Risikoparameter ..... | 211        |
| 9.3.2 VaR unter Einbeziehung von Diversifikationseffekten .....  | 212        |
| <b>10. Einsatz von Excel in der Finanzmathematik.....</b>        | <b>215</b> |
| <b>Anhang: Tabellen zur Finanzmathematik .....</b>               | <b>219</b> |
| Abzinsungsfaktoren .....   | 219        |
| Aufzinsungsfaktoren .....  | 221        |
| Nachschüssige Annuitätenfaktoren .....                           | 223        |
| Nachschüssige Rentenbarwertfaktoren .....                        | 225        |
| Nachschüssige Rentenendwertfaktoren .....                        | 228        |
| Vorschüssige Annuitätenfaktoren .....                            | 230        |
| Vorschüssige Rentenbarwertfaktoren .....                         | 232        |
| Vorschüssige Rentenendwertfaktoren .....                         | 234        |
| Kurse für Annuitätenanleihen .....                               | 237        |
| Kurse für Zinsanleihen .....                                     | 238        |
| Zusammenstellung wichtiger finanzmathematischer Formeln .....    | 239        |
| <b>Literaturverzeichnis .....</b>                                | <b>243</b> |
| <b>Sachverzeichnis .....</b>                                     | <b>245</b> |