

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung in die Strukturdynamik und Grundbegriffe</b>	<b>1</b>
1.1 Schwingungen von Strukturen . . . . .	1
1.2 Verfahren der Strukturdynamik . . . . .	1
1.3 Relation zu anderen Arbeitsgebieten . . . . .	3
1.4 Ursachen für Schwingungen . . . . .	4
1.5 Charakterisierung schwingungsfähiger Systeme . . . . .	4
1.6 Klassifizierung von Schwingungssystemen . . . . .	4
1.7 Periodendauer und Frequenz . . . . .	7
1.8 Modellbildung . . . . .	7
1.9 Freiheitsgrade diskreter Schwingungssysteme . . . . .	11
<b>2 Elemente schwingungsfähiger mechanischer Strukturen</b>	<b>13</b>
2.1 Grundbegriffe . . . . .	13
2.2 Elastische Elemente und Strukturen . . . . .	14
2.2.1 Übersicht . . . . .	14
2.2.2 Elastische Elemente . . . . .	16
2.2.2.1 Schrauben- oder Längsfeder . . . . .	16
2.2.2.2 Dehnstab . . . . .	17
2.2.2.3 Torsionsstab . . . . .	18
2.2.2.4 Spiralfeder . . . . .	19
2.2.2.5 Biegebalken . . . . .	19
2.2.3 Elastische Strukturen . . . . .	20
2.2.3.1 Zusammenschaltungen von Federn . . . . .	20
2.2.3.2 Strukturen mit mehreren Koordinaten . . . . .	21
2.3 Energiedissipierende Elemente und Strukturen . . . . .	32
2.3.1 Dämpfungsmechanismen . . . . .	32
2.3.2 Einteilung der Dämpfungsphänomene . . . . .	33
2.3.3 Diskrete Dämpfungselemente in Strukturen . . . . .	34
2.3.3.1 Übersicht . . . . .	34
2.3.3.2 Linearer viskoser Dämpfer . . . . .	35
2.3.3.3 Trockenreibungsdämpfer . . . . .	35
2.3.3.4 Bewegungswiderstände in Flüssigkeiten und Gasen . . . . .	36
2.3.3.5 Wegproportionale Dämpfung . . . . .	37
2.3.4 Systeme mit viskoser Dämpfung . . . . .	37
2.3.4.1 Dämpfungsmatrix . . . . .	37
2.3.4.2 Bequemlichkeitshypothese . . . . .	39
2.3.5 Dämpfung in festen Werkstoffen . . . . .	40
2.3.6 Lineare mehrparametrische Modelle . . . . .	41
2.3.6.1 Modelle . . . . .	41
2.3.6.2 Zwei-Parameter-Modelle . . . . .	41
2.3.6.3 Drei-Parameter-Modelle . . . . .	42
2.3.6.4 Harmonische Spannungs- und Dehnungsfunktion . . . . .	43

2.3.6.5	Dämpfung mit vorgegebener Frequenzabhängigkeit . . . . .	44
2.3.7	Nichtlineare Modelle . . . . .	45
2.3.8	Vom Werkstoff zum homogenen Bauteil . . . . .	46
2.3.9	Dämpfung von Baugruppen . . . . .	46
2.3.10	Dämpfung an Fügestellen . . . . .	47
2.3.11	Verdrängungsdämpfung . . . . .	47
2.3.11.1	Luftverdrängungsdämpfung . . . . .	47
2.3.11.2	Gleitlager . . . . .	47
2.3.11.3	Quetschfilmdämpfer . . . . .	49
2.3.12	Versuchstechniken . . . . .	50
2.3.12.1	Experimentelle Ermittlung von Dämpfungswerten . . . . .	50
2.3.12.2	Fremddämpfung . . . . .	51
2.3.12.3	Übertragbarkeit von Meßergebnissen . . . . .	51
2.3.12.4	Apparative Möglichkeiten . . . . .	51
2.4	Starre, massebehaftete Körper . . . . .	52
2.4.1	Beschreibung starrer Körper . . . . .	52
2.4.2	Kinematik eines Punktes auf dem starren Körper . . . . .	52
2.4.2.1	Kinematische Begriffe . . . . .	52
2.4.2.2	Kartesisches Inertialsystem . . . . .	52
2.4.2.3	Natürliche Koordinaten . . . . .	53
2.4.2.4	Zylinderkoordinaten . . . . .	54
2.4.2.5	Relativbewegung . . . . .	55
2.4.3	Kinematik des ausgedehnten Starrkörpers . . . . .	56
2.4.4	Massengeometrie . . . . .	58
2.4.4.1	Schwerpunkt . . . . .	58
2.4.4.2	Definition von Massenträgheitsmomenten . . . . .	59
2.4.4.3	Satz von HUYGENS und STEINER . . . . .	60
2.4.4.4	Hauptträgheitsmomente und Hauptachsen . . . . .	61
2.4.5	Kräfte- und Momentensatz . . . . .	62
2.4.5.1	Axiome der Kinetik . . . . .	62
2.4.5.2	Impuls . . . . .	62
2.4.5.3	Kräftesatz . . . . .	63
2.4.5.4	Drall des starren Körpers . . . . .	64
2.4.5.5	Momentensatz . . . . .	65
2.4.5.6	Ebene Bewegung des starren Körpers . . . . .	66
2.4.5.7	Räumliche Drehung und EULERSche Gleichungen . . . . .	66
2.4.5.8	Drehung um eine raumfeste Achse . . . . .	67
2.4.5.9	Kinetik der Bewegung in einem Relativsystem . . . . .	69
2.4.5.10	Linearisierter Momentensatz . . . . .	70
2.4.6	Impuls- und Drallsatz . . . . .	71
2.4.6.1	Impulssatz . . . . .	71
2.4.6.2	Drallsatz . . . . .	71
2.4.6.3	Einfache Stoßvorgänge . . . . .	72
2.4.7	Kinetische Energie . . . . .	73

<b>3 Bewegungsgleichungen von schwingungsfähigen Strukturen</b>	<b>74</b>
3.1 Feder-Masse-Dämpfer-Systeme . . . . .	74
3.1.1 Anwendung der dynamischen Grundgesetze . . . . .	74
3.1.2 Anwendung des Arbeitssatzes der Mechanik . . . . .	80
3.1.3 Anwendung des Leistungssatzes . . . . .	83
3.1.4 Anwendung des Prinzips von D'ALEMBERT . . . . .	84
3.1.4.1 Trägheitskräfte und dynamisches Gleichgewicht . . . . .	84
3.1.4.2 D'ALEMBERT in der LAGRANGESchen Fassung . . . . .	85
3.1.5 Die Anwendung der LAGRANGESchen Gleichungen . . . . .	87
3.1.6 Systemmatrizen aus Energie- und Leistungsausdrücken . . . . .	94
3.2 Ruhelagen eines Systems . . . . .	99
3.3 Linearisierung von Bewegungsgleichungen . . . . .	100
3.4 Einfache strömungsmechanische Schwingungen . . . . .	102
3.4.1 Inkompressible Flüssigkeiten in Rohren . . . . .	102
3.4.2 Einfache Schwingungen mit kompressiblen Medien . . . . .	104
3.4.3 Schwingungen schwimmender Körper . . . . .	107
3.4.3.1 Hubschwingungen . . . . .	107
3.4.3.2 Kippschwingungen . . . . .	109
3.5 Schwingungen in elektrischen Schaltungen . . . . .	110
3.5.1 Elektrische Elemente . . . . .	110
3.5.2 Elektrische Schaltungen . . . . .	112
3.5.3 Mechanisch-elektrische Analogie . . . . .	114
3.6 Schwingungssysteme mit Wandler . . . . .	115
3.6.1 Elektrodynamische Wandler . . . . .	115
3.6.2 Piezoelektrischer Wandler . . . . .	119
3.6.3 Weitere Wandlertypen . . . . .	119
<b>4 Schwingungs- und Erregersignale</b>	<b>120</b>
4.1 Einteilung von Signalen . . . . .	120
4.2 Die FOURIER-Transformation . . . . .	121
4.2.1 Definition des FOURIER-Integrals . . . . .	121
4.2.2 Wichtige Beziehungen bei der FOURIER-Transformation . . . . .	121
4.2.3 Normierung der FOURIER-Transformierten . . . . .	123
4.2.4 Praktische Umsetzung der FOURIER-Transformation . . . . .	124
4.3 Spezielle deterministische Signale . . . . .	125
4.3.1 DIRAC-Stoß . . . . .	125
4.3.2 Harmonische Signale . . . . .	127
4.3.3 Periodische Signale . . . . .	131
4.3.4 Überlagerung und Modulation harmonischer Signale . . . . .	135
4.3.5 Sprung-, Signum- und Rechteckfunktionen . . . . .	136
4.3.6 Gleitsinus . . . . .	138
4.3.7 Rauschen . . . . .	139
4.3.8 Mitteilung über mehrere gleichartige Teilversuche . . . . .	141
4.4 Spektrale Leistungsdichten, Kohärenz und Korrelationsfunktionen . . . . .	142
4.4.1 Autoleistungsdichte . . . . .	143
4.4.2 Kreuzleistungsdichte . . . . .	144
4.4.3 Kohärenz . . . . .	145
4.4.4 Autokorrelationsfunktion . . . . .	146

4.4.5	Kreuzkorrelationsfunktion . . . . .	147
4.4.6	WIENER-KHINTCHINESche und PARSEVALSche Gleichungen . . . . .	147
4.5	Erregung und Erregersignale . . . . .	148
<b>5</b>	<b>Eigenschwingungen linearer Systeme mit einem Freiheitsgrad</b>	<b>150</b>
5.1	Bewegungsgleichung und Kenngrößen . . . . .	150
5.2	Lösungsansatz und Eigenwerte . . . . .	151
5.3	Freie, ungedämpfte Schwingungen . . . . .	153
5.4	Freie, schwach gedämpfte Schwingungen . . . . .	156
5.5	Freie, stark gedämpfte Schwingung . . . . .	158
5.6	Kriechgrenzfall . . . . .	159
5.7	Freie, angefachte Bewegung . . . . .	160
5.8	Phasendiagramm . . . . .	161
5.9	Energiebetrachtungen . . . . .	164
5.10	Abschätzung der Eigenfrequenz . . . . .	166
5.11	Beispiele zu freien Schwingungen . . . . .	167
<b>6</b>	<b>Erzwungene Schwingungen von Einfreiheitsgradsystemen</b>	<b>176</b>
6.1	Bewegungsgleichung, Erregermechanismen und Normierung . . . . .	176
6.2	Allgemeine Lösung, Anfangsbedingungen und dynamischer Lastfaktor	178
6.3	Harmonische Erregung . . . . .	180
6.4	Unterschiedliche Erregermechanismen . . . . .	186
6.4.1	Übersicht . . . . .	186
6.4.2	Absoluter Schwingweg bei Feder-Wegerregung . . . . .	186
6.4.3	Absoluter Schwingweg bei Dämpfer-Wegerregung . . . . .	189
6.4.4	Absoluter Schwingweg bei Fußpunkt-Wegerregung . . . . .	191
6.4.5	Relativer Schwingweg bei Fußpunkt-Wegerregung . . . . .	193
6.4.6	Relative Schwinggeschwindigkeit bei Fußpunkt-Wegerregung . . . . .	196
6.5	Resonanzverhalten eines ungedämpften Systems . . . . .	206
6.6	Periodische Erregung . . . . .	209
6.7	Beliebige deterministische Erregerfunktion . . . . .	213
6.8	Sprung- und Stoßerregung . . . . .	219
6.8.1	Sprungantwort . . . . .	219
6.8.2	Stoßantwort . . . . .	220
6.8.3	Zusammenhang . . . . .	220
6.9	DUHAMEL-Integral und Faltung . . . . .	221
6.10	Analyse im Frequenzbereich . . . . .	222
6.11	Resonanzdurchfahrt . . . . .	224
6.11.1	Übersicht . . . . .	224
6.11.2	Gleichmäßig beschleunigter An- und Auslauf . . . . .	224
6.11.3	Systeme mit begrenztem Antrieb . . . . .	230
6.12	Schwingungsberuhigung . . . . .	234
6.12.1	Übersicht . . . . .	234
6.12.2	Vermindern der Erregung . . . . .	234
6.12.3	Verstimmen . . . . .	234
6.12.4	Dämpfen . . . . .	235
6.12.5	Schwingungsisolation . . . . .	235
6.13	Stochastische Erregung . . . . .	238

<b>7 Freie Schwingungen von Mehrfreiheitsgradsystemen</b>	<b>241</b>
7.1 Eigenwertproblem und Lösungsverhalten . . . . .	241
7.1.1 Systembeschreibung . . . . .	241
7.1.2 Eigenwertproblem . . . . .	241
7.1.3 Freie Schwingungen . . . . .	243
7.1.4 Lösungsverhalten . . . . .	243
7.2 Freie ungedämpfte Schwingungen . . . . .	244
7.2.1 Eigenfrequenzen . . . . .	244
7.2.2 Eigenvektoren . . . . .	246
7.2.3 Freie Schwingungen . . . . .	247
7.2.4 Orthogonalität der Eigenvektoren . . . . .	248
7.2.5 Bedeutung der Orthogonalitätseigenschaften . . . . .	250
7.2.6 Definitheit der Energien . . . . .	251
7.2.7 Ausnutzen von Symmetrieeigenschaften . . . . .	251
7.2.8 System mit mehrfachen Eigenwerten . . . . .	257
7.3 Abschätzung von Eigenfrequenzen . . . . .	261
7.3.1 Obere Schranke nach RAYLEIGH . . . . .	261
7.3.2 Untere Schranke nach DUNKERLEY . . . . .	262
7.3.3 Allgemeine Sätze über die Eigenformen . . . . .	262
7.4 Freie gedämpfte Schwingungen . . . . .	263
7.4.1 Schwache beliebige Dämpfung . . . . .	263
7.4.2 CAUGHEY-Dämpfung . . . . .	265
7.4.3 Proportionaldämpfung, Bequemlichkeitshypothese . . . . .	268
7.4.4 Näherung bei allgemeinen Dämpfungsmatrizen . . . . .	270
7.4.5 Strukturdämpfung . . . . .	270
7.4.6 Hinweise zur Behandlung der Dämpfung . . . . .	276
7.5 Stabilität . . . . .	277
7.5.1 Begriff der Stabilität . . . . .	277
7.5.2 Wurzelortskurven-Kriterium . . . . .	277
7.5.3 HURWITZ-Kriterium . . . . .	278
7.6 Systeme mit gyroskopischen Termen . . . . .	284
7.7 Systeme mit zirkulatorischen Kräften . . . . .	285
7.8 Beschreibung im Zustandsraum . . . . .	285
<b>8 Erzwungene Schwingungen diskreter Systeme</b>	<b>287</b>
8.1 Bewegungsgleichungen und Übersicht . . . . .	287
8.2 Direkte Lösung der Bewegungsgleichung . . . . .	288
8.2.1 Harmonische Erregerkräfte . . . . .	288
8.2.2 Beliebige FOURIER-transformierbare Erregung . . . . .	290
8.2.3 Resonanz, Tilgung, Scheinresonanz . . . . .	291
8.3 Modale Berechnung bei Caughey-Dämpfung . . . . .	300
8.3.1 Berechnung des vollständigen Systems . . . . .	300
8.3.2 Näherungen in modaler Darstellung . . . . .	303
8.3.3 Antwortspektrenverfahren . . . . .	304
8.3.4 Modale Lösung für Systeme mit Proportionaldämpfung . . . . .	304
8.4 Vergleich der Verfahren . . . . .	306
8.5 Tilger und Dämpfer . . . . .	313
8.5.1 Schwingungstilger . . . . .	313

8.5.2	Tilger mit Dämpfung . . . . .	319
8.5.3	Dämpfer ohne Federkopplung . . . . .	322
8.5.4	Technische Ausführungen von Tilgern und Dämpfern . . . . .	323
<b>9</b>	<b>Einfache freie Kontinuumsschwingungen</b>	<b>326</b>
9.1	Einleitung . . . . .	326
9.2	Eindimensionale Wellengleichung . . . . .	327
9.2.1	Grundlagen . . . . .	327
9.2.2	Querschwingungen von Saiten . . . . .	328
9.2.3	Längsschwingungen von Stäben . . . . .	329
9.2.4	Torsionsschwingungen von Wellen . . . . .	330
9.2.5	Scherwellen in Gebäuden und Schubträger . . . . .	331
9.2.6	Druckschwingungen in Gassäulen . . . . .	333
9.3	Die Wellengleichung und ihre Lösungen . . . . .	334
9.3.1	Übersicht, allgemeine Zusammenhänge . . . . .	334
9.3.2	Die D'ALEMBERTsche Lösung . . . . .	335
9.3.3	Die BERNOULLI'sche Lösung . . . . .	337
9.4	Biegeschwingungen von Balken . . . . .	345
9.4.1	Voraussetzungen . . . . .	345
9.4.2	Bewegungsgleichung des EULER-BERNOULLI-Balkens . . . . .	345
9.4.3	Sonderfälle . . . . .	347
9.4.4	Freie Biegeschwingungen des homogenen Balkens . . . . .	348
9.4.5	Orthogonalität der Eigenformen . . . . .	354
9.4.6	Überlagerungsprinzip . . . . .	354
9.4.7	Schlußbemerkungen . . . . .	355
9.5	Schwingungen von Platten und Membranen . . . . .	355
9.5.1	Membran . . . . .	355
9.5.2	Platte . . . . .	355
9.6	Schrankenverfahren . . . . .	356
9.6.1	Obere Schranke nach RAYLEIGH . . . . .	356
9.6.2	Untere Schranke nach DUNKERLEY . . . . .	357
9.6.3	Systeme zweiter Ordnung im Ort . . . . .	357
<b>10</b>	<b>Erzwungene Schwingungen kontinuierlicher Systeme</b>	<b>359</b>
10.1	Einführung . . . . .	359
10.2	Längsschwingungen eines Stabes bei verteilter Erregerlast . . . . .	359
10.3	Längsschwingungen bei Erregung über die Randbedingung . . . . .	363
10.4	Biegeschwingungen bei verteilter Erregung . . . . .	366
10.5	Biegeschwingungen bei Erregung an den Rändern . . . . .	368
<b>11</b>	<b>Beschreibung kontinuierlicher Systeme mit diskreten Modellen</b>	<b>371</b>
11.1	Übersicht . . . . .	371
11.2	Prinzip der virtuellen Verrückungen . . . . .	371
11.3	Ritz-Verfahren . . . . .	373
11.4	GALERKIN-Verfahren . . . . .	378

<b>12 Starrer Rotor, Auswuchten</b>	<b>382</b>
12.1 Begriffe, Grundlagen . . . . .	382
12.2 Erforderliche Auswuchtgüte . . . . .	387
12.3 Auswuchten auf Auswuchtmaschinen . . . . .	388
12.4 Auswuchten im Betrieb . . . . .	393
<b>13 Flexible Rotoren</b>	<b>395</b>
13.1 Starr gelagerter, dämpfungsfreier Laval-Rotor . . . . .	395
13.1.1 Der Laval-Rotor als einfachstes Modell . . . . .	395
13.1.2 Bewegungsgleichungen in festen Koordinaten . . . . .	396
13.1.2.1 Beliebiger Drehzahlverlauf . . . . .	396
13.1.3 Der stationäre Drehzustand . . . . .	397
13.1.4 Komplexe Koordinaten . . . . .	398
13.1.5 Bewegungsgleichungen im mitrotierenden Koordinatensystem .	399
13.1.6 Freie Schwingungen . . . . .	401
13.1.7 Unwuchterzwungene Schwingungen . . . . .	403
13.1.8 Gewichtseinfluß . . . . .	405
13.2 Mehrscheibenrotoren . . . . .	405
13.2.1 Bewegungsgleichungen . . . . .	405
13.2.2 Freie Biegeschwingungen . . . . .	408
13.2.3 Unwuchterzwungene Biegeschwingungen . . . . .	410
13.3 Kontinuierliche Rotoren . . . . .	412
13.3.1 Bewegungsgleichung . . . . .	412
13.3.2 Freie Biegeschwingungen . . . . .	414
13.3.3 Unwuchterzwungene Biegeschwingungen . . . . .	416
<b>14 Nomenklatur und Literatur</b>	<b>418</b>
14.1 Wichtige Formelzeichen . . . . .	418
14.1.1 Lateinische Buchstaben . . . . .	418
14.1.2 Griechische Buchstaben . . . . .	423
14.1.3 Indizes und Exponenten . . . . .	425
14.2 Literatur . . . . .	426
<b>15 Tafeln und Tabellen</b>	<b>428</b>
15.1 Schwerpunkte . . . . .	428
15.2 Flächenträgheitsmomente . . . . .	430
15.3 Werkstoffwerte . . . . .	431
15.4 Haftbeiwerte und Reibkoeffizienten . . . . .	431
15.5 Biegelinien . . . . .	432
15.6 Koppeltafel . . . . .	433
15.7 Torsionsflächenträgheitsmomente . . . . .	435
15.8 Krafeinflußzahlen aus Einheitsverschiebung . . . . .	437
15.9 Nachgiebigkeiten aus Einheitsbelastungen . . . . .	439
15.10 Massenträgheitsmomente . . . . .	440
15.11 Fourier-Koeffizienten spezieller Funktionen . . . . .	441
15.12 Fourier-Spektren spezieller Funktionen . . . . .	444
<b>16 Stichwortverzeichnis</b>	<b>446</b>