
Inhaltsverzeichnis

1	Folgen und Reihen	1
1.1	Grundlegende Begriffe und Bezeichnungen	1
1.2	Die reellen Zahlen	3
1.3	Die komplexen Zahlen	7
1.4	Folgen	10
1.5	Reihen	17
1.6	Vollständige Induktion	25
2	Stetige Funktionen	35
2.1	Stetigkeit	35
2.2	Stetige Funktionen auf abgeschlossenen Intervallen	38
3	Differenzierbare Funktionen	43
3.1	Differenzierbarkeit	43
3.2	Die Mittelwertsätze der Differentialrechnung	48
3.3	Die Umkehrfunktion	54
3.4	Uneigentliche Grenzwerte	58
4	Potenzreihen und elementare Funktionen	61
4.1	Potenzreihen	61
4.2	Exponentialfunktion und Logarithmus	64
4.3	Die trigonometrischen Funktionen	70
5	Integration	81
5.1	Riemannsches Integral	81
5.2	Die Mittelwertsätze der Integralrechnung	86
5.3	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	87
5.4	Partielle Integration und Substitutionsregel	90
5.5	Uneigentliche Integrale	93

XII Inhaltsverzeichnis

6	Analytische Funktionen	97
6.1	Gleichmäßige Konvergenz	97
6.2	Die Taylorreihe	102
7	Lineare Algebra	113
7.1	Gruppen, Ringe, Körper	113
7.2	Vektorräume	118
7.3	Basis	120
7.4	Dimension	126
7.5	Matrizen	129
7.6	Lineare Gleichungssysteme	142
7.7	Determinanten	146
7.8	Eigenwerte	152
7.9	Euklidische Vektorräume	159
7.10	Eigenwerte selbstadjungierter Abbildungen	174
7.11	Unitäre Vektorräume	179
7.12	Dualität	183
7.13	Alternierende Multilinearformen	187
7.14	Tensoren	189
8	Differentialgleichungen	199
8.1	Der Existenz- und Eindeutigkeitssatz	199
8.2	Einige Lösungsmethoden	204
8.3	Systeme von Differentialgleichungen	210
8.4	Differentialgleichungen höherer Ordnung	218
9	Differentialrechnung im \mathbb{R}^n	227
9.1	Metrische Räume	227
9.2	Differenzierbare Funktionen	233
9.3	Implizite Funktionen	247
9.4	Lokale Extrema	254
9.5	Kurven	259
9.6	Vektorfelder, Divergenz und Rotation	264
10	Das Lebesgue-Integral	273
10.1	Definition des Lebesgue-Integrals in \mathbb{R}^n	273
10.2	Die Sätze von Levi und Lebesgue, der Satz von Fubini	281
10.3	Die Banachräume $L_p(I)$	288
10.4	Hilberträume, Fourierreihen	290
10.5	Fourier-Transformation und Faltung	302

11	Untermannigfaltigkeiten und Differentialformen	311
11.1	Untermannigfaltigkeiten	311
11.2	Das Differential	319
11.3	Differentialformen	322
11.4	Differentialformen und Vektorfelder im \mathbb{R}^3	328
11.5	Differentialformen und Differentialgleichungen	333
12	Distributionen und Greensche Funktion	339
12.1	Distributionen	339
12.2	Distributionen und Differentialgleichungen	348
12.3	Differentialgleichungen auf abgeschlossenen Intervallen	351
12.4	Greensche Funktion	353
12.5	Randwertprobleme	358
12.6	Differentialoperatoren vom Sturm-Liouville-Typ	360
12.7	Die Legendresche Differentialgleichung	369
13	Integralsätze	375
13.1	Stokesscher und Gaußscher Integralsatz im \mathbb{R}^2	375
13.2	Integration auf Untermannigfaltigkeiten	379
13.3	Der Gaußsche Integralsatz im \mathbb{R}^n	383
13.4	Die Greensche Formel	387
13.5	Der Satz von Stokes	390
14	Funktionentheorie	399
14.1	Holomorphe Funktionen	399
14.2	Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen	403
14.3	Kurvenintegrale	405
14.4	Stammfunktionen	408
14.5	Der Cauchysche Integralsatz	412
14.6	Die Cauchysche Integralformel	417
14.7	Fundamentalsätze der Funktionentheorie	421
14.8	Der Satz von der offenen Abbildung und das Maximumprinzip	424
14.9	Laurentreihen	427
14.10	Logarithmus und Umlaufzahl	432
14.11	Der Residuensatz	436
14.12	Folgerungen aus dem Residuensatz	442
14.13	Konforme Abbildungen, Strömungen	448
14.14	Harmonische Funktionen	454
14.15	Die Poissonsche Integralformel	458
15	Einführung in die Funktionalanalysis	467
15.1	Zielsetzungen. Einführende Bemerkungen	467
15.2	Beschränkte lineare Funktionale	468
15.3	Lineare Operatoren in \mathcal{H} , die Fourier-Transformation	472
15.4	Die Inverse eines linearen Operators	479

XIV Inhaltsverzeichnis

15.5	Unitäre Operatoren	480
15.6	Schwache Konvergenz	482
15.7	Das Spektrum eines Operators in einem Banachraum	484
15.8	Kompakte Operatoren	488
15.9	Selbstadjungierte beschränkte und selbstadjungierte kompakte Operatoren	492
15.10	Integralgleichungen	496
15.11	Die allgemeine Fredholmsche Alternative im Hilbertraum	501
16	Unbeschränkte Operatoren im Hilbertraum	507
16.1	Zielsetzungen. Abgeschlossene Operatoren	507
16.2	Der Graph eines linearen Operators	511
16.3	Hermitesche Operatoren	512
16.4	Die Resolvente eines selbstadjungierten Operators	518
16.5	Die Spektralschar	519
16.6	Funktionen von beschränkter Variation. Die Stieltjessche Umkehrformel	522
16.7	Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren	526
16.8	Untersuchung des Spektrums eines selbstadjungierten Operators ..	527
17	Lösungen	531
Literaturverzeichnis		563
Sachverzeichnis		565
Symbole		571