

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort zur ersten Auflage .....</b>	XI
<b>Vorwort zur zweiten Auflage .....</b>	XVIII
<b>1 Einführende Überlegungen .....</b>	1
1.1 Erste Aspekte .....	3
Was ist eine Differentialgleichung? .....	3
Welche Fragen stellen wir? .....	4
Mathematische Modellierung .....	5
1.2 Richtungsfelder .....	7
EULER-Polygonzugverfahren .....	8
Historische Notizen zu EULER und CAUCHY .....	10
<b>Maple Worksheets zu Kapitel 1 .....</b>	11
<b>2 Elementare Integrationsmethoden .....</b>	19
2.1 Differentialgleichungen mit ‚getrennten Variablen‘ .....	19
2.2 Differentialgleichungen vom Typ $y' = f\left(\frac{p_1x+q_1y+r_1}{p_2x+q_2y+r_2}\right)$ .....	23
2.3 Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung .....	26
2.4 BERNOULLI-Differentialgleichung .....	28
2.5 RICCATI-Differentialgleichung .....	29
Zusammenhang mit homogener linearer DGL 2. Ordnung ..	30
Elementare Integration bei bekannter spezieller Lösung ..	31
2.6 Exakte Differentialgleichungen .....	33
Multiplikatoren .....	34
2.7 CLAIRAUT-Differentialgleichung .....	36
Historische Notizen zu BERNOULLI, CLAIRAUT und RICCATI .....	41
<b>Maple Worksheets zu Kapitel 2 .....</b>	43

<b>3 Existenz- und Eindeutigkeitssatz . . . . .</b>	<b>67</b>
3.1 Einleitung . . . . .	67
3.2 Fixpunktsatz für verallgemeinerte Kontraktionen . . . . .	70
3.3 Existenz- und Eindeutigkeitssatz . . . . .	75
Differentialgleichungssystem 1. Ordnung . . . . .	78
Explizite Differentialgleichungen $k$ -ter Ordnung . . . . .	79
3.4 Fehlerabschätzungen und Abhängigkeitsüberlegungen . . . . .	80
3.5 Lösungen ‚im Großen‘ . . . . .	82
Maximale Existenzintervalle . . . . .	84
3.6 Qualitative Beschreibung autonomer Systeme . . . . .	86
Mathematisches Pendel . . . . .	90
Räuber-Beute-Modell . . . . .	93
Fluß zu einer gegebenen DGL . . . . .	97
3.7 Modifikation des Hauptsatzes für Funktionen mit Werten im $\mathbb{C}^k$ . . . . .	98
Historische Notizen zu BANACH . . . . .	99
<b>Maple Worksheets zu Kapitel 3 . . . . .</b>	<b>101</b>
<b>4 Lineare Differentialgleichungen und DGL-Systeme I . . . . .</b>	<b>123</b>
4.1 Existenz- und Eindeutigkeitssatz . . . . .	123
4.2 Linear-algebraische Folgerungen . . . . .	124
4.3 Homogene lineare Differentialgleichungssysteme . . . . .	125
4.4 Homogene lineare DGLen höherer Ordnung . . . . .	129
4.5 Transformation von Differentialgleichungssystemen . . . . .	130
4.6 Inhomogene lineare Differentialgleichungen . . . . .	131
Inhomogene lineare DGL $k$ -ter Ordnung . . . . .	131
4.7 Reduktion der Ordnung . . . . .	133
Historische Notizen zu d'ALEMBERT . . . . .	136
<b>Maple Worksheets zu Kapitel 4 . . . . .</b>	<b>137</b>

---

<b>5</b>	<b>Lineare Differentialgleichungen und DGL-Systeme II</b>	151
5.1	Exponentialfunktion von Matrizen	152
5.2	Homogene lineare DGL-Systeme mit konstanten Koeffizienten	155
5.3	Zweidimensionale Systeme, Stabilität	159
5.4	Lineare DGL-Systeme mit konstanten Koeffizienten und speziellen Inhomogenitäten	169
5.5	Lineare DGLen höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten	172
5.6	Homogene lineare Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizientenfunktionen	175
	Historische Notizen zu JORDAN	182
	Maple Worksheets zu Kapitel 5	183
<b>6</b>	<b>Nützliches — nicht nur für den Praktiker</b>	205
6.1	Lösungen über Potenzreihenansatz	205
HERMITE-Differentialgleichung	207	
LEGENDRE-Differentialgleichung	208	
6.2	Schwach singuläre Punkte	214
BESSEL-Differentialgleichung	220	
6.3	LAPLACE-Transformation	224
Anwendung auf Anfangswertaufgaben	231	
Unstetige Inhomogenitäten	236	
Zur inversen LAPLACE-Transformation	238	
Kleine Tabelle von LAPLACE-Transformierten	240	
	Historische Notizen zu LAPLACE	242
	Maple Worksheets zu Kapitel 6	243
<b>7</b>	<b>Rand- und Eigenwertprobleme</b>	265
7.1	Randwertaufgaben für lineare DGL-Systeme mit linearen Randbedingungen	266
	GREEN-Matrix	269

---

7.2 Randwertprobleme für lineare DGLen $k$ -ter Ordnung . . . . .	274
7.3 Nicht-lineare Randwertaufgaben und Fixpunktprobleme . . . . .	282
7.4 Selbstadjungierte Randwertaufgaben . . . . .	283
7.5 Selbstadjungierte Randeigenwertaufgaben . . . . .	287
FOURIER-REIHEN . . . . .	292
Entwicklungssätze . . . . .	294
7.6 STURM-LIOUVILLE-Randeigenwertaufgaben . . . . .	301
Historische Notizen zu FOURIER . . . . .	304
 <b>Maple Worksheets zu Kapitel 7 . . . . .</b>	305
 <b>8 Anhang über Matrixfunktionen . . . . .</b>	325
8.1 Matrixpolynome . . . . .	325
Spektraldarstellung von SYLVESTER-BUCHHEIM . . . . .	328
8.2 Matrixfunktionen: Definition, Eigenschaften . . . . .	331
8.3 Beispiele zur Berechnung von Matrixfunktionen . . . . .	339
Historische Notizen zu SYLVESTER . . . . .	345
 <b>Maple Worksheets zum Anhang über Matrixfunktionen . . . . .</b>	347
 <b>Anhang zu Maple . . . . .</b>	359
 <b>Symbolverzeichnis . . . . .</b>	371
 <b>Namen- und Sachverzeichnis . . . . .</b>	373
 <b>Index zu Maple . . . . .</b>	381
 <b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	385