

Inhaltsverzeichnis

Überblick	1
1 Zeitabhängige Prozesse in Natur und Technik	7
1.1 Newtonsche Himmelsmechanik	10
1.2 Klassische Moleküldynamik	15
1.3 Chemische Reaktionskinetik	20
1.4 Elektrische Schaltkreise	28
Übungsaufgaben	34
2 Existenz und Eindeutigkeit bei Anfangswertproblemen	40
2.1 Globale Existenz und Eindeutigkeit	41
2.2 Beispiele maximaler Fortsetzbarkeit	47
2.3 Struktur nichteindeutiger Lösungen	51
2.4 Schwach singuläre Anfangswertprobleme	59
2.5 Singuläre Störungsprobleme	64
2.6 Quasilineare differentiell-algebraische Probleme	67
Übungsaufgaben	78
3 Kondition von Anfangswertproblemen	83
3.1 Sensitivität gegen Störungen	84
3.1.1 Propagationsmatrizen	84
3.1.2 Konditionszahlen	90
3.1.3 Störungsindex differentiell-algebraischer Probleme	94
3.2 Stabilität von Differentialgleichungen	99
3.2.1 Begriff der Stabilität	99
3.2.2 Lineare autonome Differentialgleichungen	102
3.2.3 Stabilität von Fixpunkten	110
3.3 Stabilität rekursiver Abbildungen	115
3.3.1 Lineare autonome Rekursionen	115
3.3.2 Spektren rationaler Funktionen von Matrizen	121
Übungsaufgaben	123

4 Einschrittverfahren für nichtsteife Anfangswertprobleme	128
4.1 Konvergenztheorie	129
4.1.1 Konsistenz	130
4.1.2 Konvergenz	132
4.1.3 Begriff der Steifheit	137
4.2 Explizite Runge-Kutta-Verfahren	140
4.2.1 Idee von Runge-Kutta-Verfahren	141
4.2.2 Klassische Runge-Kutta-Verfahren	146
4.2.3 Runge-Kutta-Verfahren höherer Ordnung	153
4.2.4 Diskrete Konditionszahlen	162
4.3 Explizite Extrapolationsverfahren	166
4.3.1 Idee von Extrapolationsverfahren	167
4.3.2 Asymptotische Entwicklung des Diskretisierungsfehlers	172
4.3.3 Extrapolation der expliziten Mittelpunktsregel	176
4.3.4 Extrapolation der Störmer/Verlet-Diskretisierung	184
Übungsaufgaben	191
5 Adaptive Steuerung von Einschrittverfahren	199
5.1 Lokale Genauigkeitskontrolle	200
5.2 Regelungstechnische Analyse	205
5.2.1 Exkurs über PID-Regler	205
5.2.2 Schrittweitensteuerung als Regler	208
5.3 Fehlerschätzung	211
5.4 Eingebettete Runge-Kutta-Verfahren	215
5.5 Lokale gegen erzielte Genauigkeit	221
Übungsaufgaben	225
6 Einschrittverfahren für steife und differentiell-algebraische Anfangswertprobleme	228
6.1 Vererbung asymptotischer Stabilität	231
6.1.1 Rationale Approximation der Matrizenexponentiellen	232
6.1.2 Stabilitätsgebiete	234
6.1.3 Stabilitätsbegriffe	242
6.1.4 Reversibilität und diskrete Isometrien	246
6.1.5 Erweiterung auf nichtlineare Probleme	249
6.2 Implizite Runge-Kutta-Verfahren	253
6.2.1 Stabilitätsfunktionen	260
6.2.2 Lösung der nichtlinearen Gleichungssysteme	263
6.3 Kollokationsverfahren	268
6.3.1 Idee der Kollokation	268
6.3.2 Gauß- und Radau-Verfahren	277
6.3.3 Dissipative Differentialgleichungen	281

6.3.4	Erhalt quadratischer erster Integrale	287
6.4	Linear-implizite Einschrittverfahren	290
6.4.1	Linear-implizite Runge-Kutta-Verfahren	290
6.4.2	Linear-implizite Extrapolationsverfahren	294
6.4.3	Dynamische Elimination schneller Freiheitsgrade	304
	Übungsaufgaben	315
7	Mehrschrittverfahren für Anfangswertprobleme	323
7.1	Mehrschrittverfahren über äquidistanten Gittern	325
7.1.1	Konsistenz	329
7.1.2	Stabilität	333
7.1.3	Konvergenz	338
7.1.4	Diskrete Konditionszahlen	347
7.2	Vererbung asymptotischer Stabilität	350
7.2.1	Schwache Instabilität bei Mehrschrittverfahren	352
7.2.2	Lineare Stabilität bei steifen Problemen	355
7.3	Direkte Konstruktion effizienter Verfahren	358
7.3.1	Adams-Verfahren für nichtsteife Probleme	359
7.3.2	BDF-Verfahren für steife Probleme	367
7.4	Adaptive Steuerung von Ordnung und Schrittweite	374
7.4.1	Adams-Verfahren über variablem Gitter	376
7.4.2	BDF-Verfahren über variablem Gitter	379
7.4.3	Nordsieck-Darstellung	388
	Übungsaufgaben	397
8	Randwertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen	401
8.1	Sensitivität bei Zweipunkt-Randwertproblemen	402
8.1.1	Lokale Eindeutigkeit	402
8.1.2	Konditionszahlen	405
8.2	Anfangswertmethoden für zeitartige Randwertprobleme	409
8.2.1	Schießverfahren	409
8.2.2	Mehrzielmethode	413
8.3	Zyklische lineare Gleichungssysteme	418
8.3.1	Diskrete Konditionszahlen	420
8.3.2	Algorithmen	423
8.4	Globale Diskretisierungsmethoden für raumartige Randwertprobleme	428
8.4.1	Elementare Differenzenverfahren	429
8.4.2	Adaptive Kollokationsverfahren	437
8.5	Allgemeinere Typen von Randwertproblemen	440
8.5.1	Berechnung periodischer Lösungen	442
8.5.2	Parameteridentifizierung in Differentialgleichungen	449

8.6 Variationsprobleme	455
8.6.1 Klassische Variationsprobleme	456
8.6.2 Probleme der optimalen Steuerung	463
Übungsaufgaben	469
Software	477
Literatur	479
Index	491