

Inhaltsverzeichnis

Prolog	v
Notationen	xv
I Gewöhnliche Differentialgleichungen	1
1 Einführung	3
1.1 Erste Beispiele	4
1.2 Systeme von Differentialgleichungen	10
1.3 Fragestellungen der Theorie	11
1.4 Linienelement und Richtungsfeld	14
1.5 Trennung der Variablen	15
1.6 Lineare Differentialgleichungen	18
1.7 Die Phasenebene	20
2 Existenz und Eindeutigkeit	27
2.1 Lipschitz-Eigenschaft und Eindeutigkeit	27
2.2 Existenz von Lösungen	30
2.3 Fortsetzbarkeit und maximales Existenzintervall	33
2.4 Differential- und Integralungleichungen	35
2.5 Globale Existenz	38
3 Lineare Systeme	43
3.1 Homogene Systeme	43
3.2 Inhomogene Systeme	45
3.3 Bestimmung von Fundamentalsystemen	47
3.4 Lineare Gleichungen höherer Ordnung	56
4 Stetige und differenzierbare Abhängigkeit	67
4.1 Stetige Abhängigkeit	67
4.2 Anwendungen	70
4.3 Differenzierbarkeit der Lösungen nach Daten	75

4.4	Dynamische Systeme	79
5	Elementare Stabilitätstheorie	83
5.1	Stabilitätsdefinitionen	83
5.2	Ebene lineare autonome Systeme	86
5.3	Stabilität linearer Systeme	92
5.4	Das Prinzip der linearisierten Stabilität	94
5.5	Ljapunov-Funktionen	102
5.6	Dynamik von Viren	110
II	Dynamische Systeme	117
6	Existenz und Eindeutigkeit II	119
6.1	Der Existenzsatz von Peano	119
6.2	Nichtfortsetzbare Lösungen	120
6.3	Stetige Abhängigkeit	121
6.4	Differentialungleichungen	123
6.5	Eindeutigkeit	126
6.6	Anwendungen	127
7	Invarianz	131
7.1	Invariante Mengen	131
7.2	Invarianzkriterien	135
7.3	Konvexe invariante Mengen	137
7.4	Positiv homogene autonome Systeme	141
7.5	Differentialungleichungen und Quasimonotonie	145
7.6	Autonome quasimonotone Systeme	148
7.7	Ein Klassenmodell für Epidemien	151
8	Ljapunov-Funktionen und Stabilität	157
8.1	Ljapunov-Funktionen	157
8.2	Stabilität	161
8.3	Ljapunovs direkte Methode	164
8.4	Limesmengen und das Invarianzprinzip	167
8.5	Mathematische Genetik	169
8.6	Gradientenartige Systeme	171
8.7	Chemische Reaktionssysteme	173
8.8	Die Methode von Lojasiewicz	178
9	Ebene autonome Systeme	185
9.1	Transversalen	185
9.2	Poincaré-Bendixson-Theorie	188
9.3	Periodische Lösungen	193

9.4	Lienard-Gleichung	195
9.5	Biochemische Oszillationen	199
9.6	Der Index isolierter Equilibria	201
10	Linearisierung und invariante Mannigfaltigkeiten	207
10.1	Sattelpunkte autonomer Systeme	207
10.2	Ebene Wellen für Reaktions-Diffusionsgleichungen	211
10.3	Normal stabile Equilibria	214
10.4	Normal hyperbolische Equilibria	221
10.5	Teilchen im Potentialfeld mit Dämpfung	226
11	Periodische Lösungen	231
11.1	Der Funktionalkalkül	231
11.2	Floquet-Theorie	234
11.3	Lineare periodische Gleichungen	240
11.4	Stabilität periodischer Lösungen	243
11.5	Parameterabhängigkeit periodischer Lösungen	250
12	Verzweigungstheorie	255
12.1	Umkehrpunkte	255
12.2	Pitchfork-Verzweigung	260
12.3	Hopf-Verzweigung	265
12.4	Periodische Lösungen Hamiltonscher Systeme	271
12.5	Stabilität bei Hopf-Verzweigung	272
12.6	Chemische Reaktionstechnik	276
13	Differentialgleichungen auf Mannigfaltigkeiten	283
13.1	Mannigfaltigkeiten im \mathbb{R}^n	283
13.2	Wohlgestelltheit	287
13.3	Linearisierung	288
13.4	Zwangsbedingungen	290
13.5	Geodätische	293
13.6	Das Zweikörperproblem	297
	Epilog	303
	Abbildungsverzeichnis	307
	Literaturverzeichnis	309
	Lehrbücher und Monographien	309
	Originalliteratur	311
	Index	315