

# Inhaltsverzeichnis

Prolog	v
Notationen	xv
<b>I Gewöhnliche Differentialgleichungen</b>	<b>1</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>3</b>
1.1 Erste Beispiele . . . . .	4
1.2 Systeme von Differentialgleichungen . . . . .	10
1.3 Fragestellungen der Theorie . . . . .	11
1.4 Linienelement und Richtungsfeld . . . . .	14
1.5 Trennung der Variablen . . . . .	15
1.6 Lineare Differentialgleichungen . . . . .	18
1.7 Die Phasenebene . . . . .	20
<b>2 Existenz und Eindeutigkeit</b>	<b>27</b>
2.1 Lipschitz-Eigenschaft und Eindeutigkeit . . . . .	27
2.2 Existenz von Lösungen . . . . .	30
2.3 Fortsetzbarkeit und maximales Existenzintervall . . . . .	33
2.4 Differential- und Integralungleichungen . . . . .	35
2.5 Globale Existenz . . . . .	38
<b>3 Lineare Systeme</b>	<b>43</b>
3.1 Homogene Systeme . . . . .	43
3.2 Inhomogene Systeme . . . . .	45
3.3 Bestimmung von Fundamentalsystemen . . . . .	47
3.4 Lineare Gleichungen höherer Ordnung . . . . .	56
<b>4 Stetige und differenzierbare Abhängigkeit</b>	<b>67</b>
4.1 Stetige Abhängigkeit . . . . .	67
4.2 Anwendungen . . . . .	70
4.3 Differenzierbarkeit der Lösungen nach Daten . . . . .	75

4.4	Dynamische Systeme . . . . .	79
<b>5</b>	<b>Elementare Stabilitätstheorie</b>	<b>83</b>
5.1	Stabilitätsdefinitionen . . . . .	83
5.2	Ebene lineare autonome Systeme . . . . .	86
5.3	Stabilität linearer Systeme . . . . .	92
5.4	Das Prinzip der linearisierten Stabilität . . . . .	94
5.5	Ljapunov-Funktionen . . . . .	102
5.6	Dynamik von Viren . . . . .	110
<b>II</b>	<b>Dynamische Systeme</b>	<b>117</b>
<b>6</b>	<b>Existenz und Eindeutigkeit II</b>	<b>119</b>
6.1	Der Existenzsatz von Peano . . . . .	119
6.2	Nichtfortsetzbare Lösungen . . . . .	120
6.3	Stetige Abhängigkeit . . . . .	121
6.4	Differentialungleichungen . . . . .	123
6.5	Eindeutigkeit . . . . .	126
6.6	Anwendungen . . . . .	127
<b>7</b>	<b>Invarianz</b>	<b>131</b>
7.1	Invariante Mengen . . . . .	131
7.2	Invarianzkriterien . . . . .	135
7.3	Konvexe invariante Mengen . . . . .	137
7.4	Positiv homogene autonome Systeme . . . . .	141
7.5	Differentialungleichungen und Quasimonotonie . . . . .	145
7.6	Autonome quasimonotone Systeme . . . . .	148
7.7	Ein Klassenmodell für Epidemien . . . . .	151
<b>8</b>	<b>Ljapunov-Funktionen und Stabilität</b>	<b>157</b>
8.1	Ljapunov-Funktionen . . . . .	157
8.2	Stabilität . . . . .	161
8.3	Ljapunovs direkte Methode . . . . .	164
8.4	Limesmengen und das Invarianzprinzip . . . . .	167
8.5	Mathematische Genetik . . . . .	169
8.6	Gradientenartige Systeme . . . . .	171
8.7	Chemische Reaktionssysteme . . . . .	173
8.8	Die Methode von Lojasiewicz . . . . .	178
<b>9</b>	<b>Ebene autonome Systeme</b>	<b>185</b>
9.1	Transversalen . . . . .	185
9.2	Poincaré-Bendixson-Theorie . . . . .	188
9.3	Periodische Lösungen . . . . .	193

9.4 Lienard-Gleichung . . . . .	195
9.5 Biochemische Oszillationen . . . . .	199
9.6 Der Index isolierter Equilibria . . . . .	201
<b>10 Linearisierung und invariante Mannigfaltigkeiten</b>	<b>207</b>
10.1 Sattelpunkte autonomer Systeme . . . . .	207
10.2 Ebene Wellen für Reaktions-Diffusionsgleichungen . . . . .	211
10.3 Normal stabile Equilibria . . . . .	214
10.4 Normal hyperbolische Equilibria . . . . .	221
10.5 Teilchen im Potentialfeld mit Dämpfung . . . . .	226
<b>11 Periodische Lösungen</b>	<b>231</b>
11.1 Der Funktionalkalkül . . . . .	231
11.2 Floquet-Theorie . . . . .	234
11.3 Lineare periodische Gleichungen . . . . .	240
11.4 Stabilität periodischer Lösungen . . . . .	243
11.5 Parameterabhängigkeit periodischer Lösungen . . . . .	250
<b>12 Verzweigungstheorie</b>	<b>255</b>
12.1 Umkehrpunkte . . . . .	255
12.2 Pitchfork-Verzweigung . . . . .	260
12.3 Hopf-Verzweigung . . . . .	265
12.4 Periodische Lösungen Hamiltonscher Systeme . . . . .	271
12.5 Stabilität bei Hopf-Verzweigung . . . . .	272
12.6 Chemische Reaktionstechnik . . . . .	276
<b>13 Differentialgleichungen auf Mannigfaltigkeiten</b>	<b>283</b>
13.1 Mannigfaltigkeiten im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	283
13.2 Wohlgestelltheit . . . . .	287
13.3 Linearisierung . . . . .	288
13.4 Zwangsbedingungen . . . . .	290
13.5 Geodätische . . . . .	293
13.6 Das Zweikörperproblem . . . . .	297
<b>Epilog</b>	<b>303</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>307</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>309</b>
Lehrbücher und Monographien . . . . .	309
Originalliteratur . . . . .	311
<b>Index</b>	<b>315</b>