

Inhaltsverzeichnis

I	Gewöhnliche Differentialgleichungen	1
1	Einführung in die Gewöhnlichen Differentialgleichungen	1
1.1	Was ist eine Differentialgleichung?	1
1.1.1	Differentialgleichungen als Modelle für technisch-physikalische Probleme . .	1
1.1.2	Definition einer gewöhnlichen Differentialgleichung n -ter Ordnung	8
1.2	Differentialgleichungen 1-ter Ordnung	10
1.2.1	Geometrische Interpretation. Folgerungen	10
1.2.2	Grundprobleme	13
1.2.3	Existenz- und Eindeutigkeitssatz	15
1.2.4	Anwendungen des Existenz- und Eindeutigkeitssatzes	23
1.2.5	Elementare Lösungsmethoden	28
1.2.6	Numerische Verfahren	41
1.3	DGln höherer Ordnung und Systeme 1-ter Ordnung	83
1.3.1	Existenz- und Eindeutigkeitssätze	88
1.3.2	Abhängigkeit von Anfangsdaten und Parametern	90
1.3.3	Elementare Lösungsmethoden bei nichtlinearen Differentialgleichungen 2-ter Ordnung	93
1.4	Ebene autonome Systeme (Einführung)	109
1.4.1	Fortsetzbarkeit der Lösungen von Anfangswertproblemen	110
1.4.2	Phasenebene, Orbits und Gleichgewichtspunkte	115
1.4.3	Lineare autonome Systeme	124
1.4.4	Ebene nichtlineare autonome Systeme	127
2	Lineare Differentialgleichungen	139
2.1	Lösungsverhalten	140
2.1.1	Globale Existenz und Eindeutigkeit bei Systemen 1-ter Ordnung	140
2.1.2	Globale Existenz und Eindeutigkeit bei Differentialgleichungen n -ter Ordnung	143
2.2	Homogene lineare Systeme 1-ter Ordnung	143
2.2.1	Fundamentalsystem	144
2.2.2	Wronski-Determinante	146
2.3	Inhomogene lineare Systeme 1-ter Ordnung	148
2.3.1	Inhomogene Systeme und Superposition	148
2.3.2	Spezielle Lösungen und Variation der Konstanten	149
2.4	Lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung	152
2.4.1	Fundamentalsystem und Wronski-Determinante	152
2.4.2	Reduktionsprinzip	155

2.4.3	Variation der Konstanten	158
3	Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	163
3.1	Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung	163
3.1.1	Homogene Differentialgleichungen und Konstruktion eines Fundamentalsystems	163
3.1.2	Inhomogene Differentialgleichungen und Grundzüge der Operatorenmethode .	170
3.1.3	Inhomogene Differentialgleichungen und Grundlösungsverfahren	177
3.1.4	Anwendungen	180
3.2	Lineare Systeme 1-ter Ordnung	194
3.2.1	Eigenwerte und -vektoren bei symmetrischen Matrizen	195
3.2.2	Systeme mit symmetrischen Matrizen	195
3.2.3	Hauptvektoren. Jordansche Normalform	198
3.2.4	Systeme mit beliebigen Matrizen	200
3.2.5	Systeme und Matrix-Funktionen	205
3.2.6	Zurückführung auf Differentialgleichungen höherer Ordnung. Systeme höhe- rer Ordnung	210
3.2.7	Anwendungen	213
4	Potenzreihenansätze und Anwendungen	225
4.1	Potenzreihenansätze	225
4.1.1	Differentialgleichungen mit regulären Koeffizienten	225
4.1.2	Hermiteische Differentialgleichung	228
4.2	Verallgemeinerte Potenzreihenansätze	233
4.2.1	Differentialgleichungen mit singulären Koeffizienten	233
4.2.2	Besselsche Differentialgleichung	234
5	Rand- und Eigenwertprobleme. Anwendungen	241
5.1	Rand- und Eigenwertprobleme	243
5.1.1	Beispiele zur Orientierung	243
5.1.2	Randwertprobleme	244
5.1.3	Eigenwertprobleme	246
5.2	Anwendung auf eine partielle Differentialgleichung	247
5.2.1	Die schwingende Saite	247
5.2.2	Physikalische Interpretation	251
5.3	Anwendung auf ein nichtlineares Problem (Stabknickung)	253
5.3.1	Aufgabenstellung	253
5.3.2	Das linearisierte Problem	255
5.3.3	Das nichtlineare Problem. Verzweigungslösungen	256
II	Distributionen	263
6	Verallgemeinerung des klassischen Funktionsbegriffs	265
6.1	Motivierung und Definition	265

6.1.1	Einführende Betrachtungen	265
6.1.2	Der Grundraum $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$	268
6.1.3	Distributionen (im weiteren Sinn)	271
6.2	Distributionen als Erweiterung der klassischen Funktionen	272
6.2.1	Stetige Funktionen und Distributionen	272
6.2.2	Die Diracsche Delta-Funktion	274
7	Rechnen mit Distributionen. Anwendungen	277
7.1	Rechnen mit Distributionen	277
7.1.1	Grundoperationen	277
7.1.2	Differentiation. Beispiele	278
7.2	Anwendungen	282
7.2.1	Grundlösung der Wärmeleitungsgleichung	282
7.2.2	Ein Differentialgleichungsproblem	283
III	Integraltransformationen	289
8	Fouriertransformation	295
8.1	Motivierung und Definition	295
8.1.1	Einführende Betrachtungen	295
8.1.2	Definition der Fouriertransformation. Beispiele	301
8.2	Umkehrung der Fouriertransformation	304
8.2.1	Umkehrsatz im Raum $\mathcal{S}$	304
8.2.2	Umkehrsatz für stückweise glatte Funktionen	308
8.2.3	Eindeutigkeit der Umkehrung	311
8.3	Eigenschaften der Fouriertransformation	311
8.3.1	Linearität	311
8.3.2	Verschiebungssatz	312
8.3.3	Faltungsprodukt	312
8.3.4	Differentiation	315
8.3.5	Fouriertransformation und temperierte Distributionen	318
8.3.6	Fouriertransformation kausaler Funktionen und Hilberttransformation	320
8.4	Anwendungen auf partielle Differentialgleichungsprobleme	324
8.4.1	Wärmeleitungsgleichung	324
8.4.2	Potentialgleichung	326
8.5	Diskrete Fouriertransformation	330
8.5.1	Diskrete Fouriertransformation (DFT)	330
8.5.2	Schnelle Fouriertransformation (FFT)	342
9	Laplacetransformation	351
9.1	Motivierung und Definition	351
9.1.1	Zusammenhang zur Fouriertransformation	351
9.1.2	Definition der Laplacetransformation	352
9.2	Umkehrung der Laplacetransformation	355

9.2.1	Umkehrsatz und Identitätssatz	355
9.2.2	Berechnung der Inversen	357
9.3	Eigenschaften der Laplacetransformation	359
9.3.1	Linearität	359
9.3.2	Verschiebungssätze. Streckungssatz	359
9.3.3	Faltungsprodukt	360
9.3.4	Differentiation	363
9.3.5	Integration	365
9.3.6	Laplacetransformation und periodische Funktionen	366
9.4	Anwendungen auf gewöhnliche lineare Differentialgleichungen	369
9.4.1	Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	369
9.4.2	Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten	373
9.4.3	Differentialgleichungen mit unstetigen Inhomogenitäten	375
10	3-Transformation	381
10.1	Motivierung und Definition	381
10.1.1	Einführende Betrachtungen	381
10.1.2	$\mathcal{D}$ -Transformation und Zusammenhang zur Laplacetransformation	382
10.1.3	Definition der 3-Transformation	384
10.2	Eigenschaften der 3-Transformation	387
10.2.1	Grundlegende Operationen. Rechenregeln	387
10.2.2	Umkehrung der 3-Transformation	390
10.3	Anwendungen	393
10.3.1	Lineare Differenzengleichungen	393
10.3.2	Impulsgesteuerte Systeme	396
IV	Anhang	403
	Symbole	425
	Literaturverzeichnis	427
	Stichwortverzeichnis	433