

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>V</b>
<b>Danksagung</b>	<b>VII</b>
<b>Haftungsausschluss</b>	<b>IX</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>IX</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>XI</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Shannon-Hartley Theorem und Shannon-Limit.....	4
1.2 Aufbau und Struktur von Codes .....	4
1.2.1 Aufbau und Struktur eines linearen Block-Codes.....	5
1.3 Definition eines linearen Block-Codes .....	5
1.3.1 Das Linearitätskriterium .....	6
1.4 Struktur und Aufbau des Aufsatzes .....	6
<b>2 Mathematische Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1 Implementierung des Codes mittels CRC.....	7
2.2 Hamming-Distanz .....	11
2.3 Gewichtsverteilung $A_i$ eines Codes .....	11
2.4 Zykluslänge.....	13
2.5 Restfehlerwahrscheinlichkeit.....	15
2.6 Systematische Generatormatrix .....	15
2.7 Fehlererkennung und Restrisiko .....	17
2.8 Fehlerkorrektur und Hamming-Distanz .....	18
2.9 Grenzen der Block-Codes .....	20
2.9.1 Hamming-Schranke .....	20
2.9.2 Singleton-Schranke.....	22
2.9.3 Plotkin-Schranke.....	23

<b>3</b>	<b>Wichtige lineare Block-Codes</b>	<b>25</b>
3.1	Hamming-Code .....	25
3.1.1	Verkürzter Hamming-Code .....	25
3.1.2	Erweiterter Hamming-Code.....	25
3.2	Zyklischer Code.....	26
3.3	BCH-Code .....	26
3.4	Weitere Codes .....	27
3.4.1	Perfekter Code .....	28
3.4.2	Golay-Code.....	28
<b>4</b>	<b>Herkömmliche Verfahren zur Bestimmung der RW</b>	<b>31</b>
4.1	Die Grenzen der Rechengenauigkeit modernen Rechner .....	31
4.2	Klassischer Ansatz.....	32
4.2.1	Die Schranken der Restfehlerwahrscheinlichkeit .....	32
4.2.2	Eine schnelle Abschätzung mit einem Korrekturfaktor $x$ .....	34
4.2.3	Die Bedeutung des Korrekturfaktors $x$ und seine Beschaffenheit .....	34
4.2.4	Praktische Beispiele.....	37
4.3	Dualer Code.....	41
4.3.1	Einleitung .....	41
4.3.2	Ein praktisches Beispiel.....	42
4.3.3	Die Gestaltung des Algorithmus.....	43
4.3.4	Die Bestimmung des Verlaufs der Hamming-Distanz.....	44
4.3.5	Die Bestimmung der RW bei einem Datenblock.....	44
4.3.6	Die Vor- bzw. Nachteile des Verfahrens .....	44
4.4	Stochastische Automaten.....	45
4.4.1	Die Darstellung des Schieberegisters mit einem Automaten.....	45
4.4.2	Die Bestimmung der Matrizen $M_0$ bzw. $M_1$ .....	48
4.4.3	Der praktische Einsatz .....	53
4.4.4	Der stochastische Ansatz .....	55
4.4.5	Die deterministischen Betrachtungen .....	57
4.4.6	Weiterführende Recherchen .....	65
4.4.7	Vor- bzw. Nachteile des Verfahrens .....	65
<b>5</b>	<b>Die Taylorreihe – Definitionen und Formeln</b>	<b>67</b>
5.1	Alternierende Reihen .....	67
5.1.1	Umhüllende Reihe einer Zahl.....	67
5.1.2	Restfehlerwahrscheinlichkeit RW .....	67
5.1.3	Taylorreihe einer Funktion $f(x)$ .....	68
5.1.4	Taylorpolynome $T_m(x)$ .....	68
5.1.5	Taylorreihe eines Polynoms $m^{\text{ten}}$ Grades .....	68
5.1.6	Umhüllende Reihe einer Funktion $f(x)$ .....	69
5.2	Approximation der RW durch eine Taylorreihe .....	69
5.2.1	Hypothese über den Verlauf der Restfehlerwahrscheinlichkeit.....	69

5.2.2	Abschätzung der $RW(p)$ i <sup>ten</sup> Ordnung (das erweiterte Polynom).....	69
5.2.3	Die Taylorreihe der Restfehlerwahrscheinlichkeit $RW(p)$ .....	69
5.2.4	Die Koeffizienten $c_k$ einer Taylorreihe der $RW(p)$ .....	70
5.3	Die Beziehung zwischen dem Index $k$ und dem Index $n$ .....	70
<b>6</b>	<b>Sätze</b>	<b>71</b>
6.1	Codewörter .....	71
6.2	Eigenschaften der Koeffizienten $c_k$ .....	71
6.3	Alternierende Reihen .....	74
6.4	Geltungsbereich der Taylorreihe.....	79
6.5	Erweiterung des Taylorpolynoms $T_m(p)$ .....	80
<b>7</b>	<b>Ergebnis</b>	<b>85</b>
7.1	Die Taylorreihe .....	85
7.2	Die erweiterten Taylorpolynome n <sup>ten</sup> Grades.....	85
7.3	Die Restfehlerwahrscheinlichkeit und ihre Genauigkeit.....	88
7.4	Die Genauigkeit der Berechnungen der RW.....	89
<b>8</b>	<b>Beispiele</b>	<b>91</b>
8.1	Hinweis zum Umgang mit den Taylorpolynomen .....	91
8.1.1	Taylorreihe vom Typ A .....	91
8.1.2	Taylorreihe vom Typ B.....	92
8.1.3	Taylorreihe vom Typ C.....	92
8.2	Allgemeine Beispiele.....	93
8.2.1	Taylorreihe vom Typ A .....	93
8.2.2	Taylorreihe vom Typ B.....	94
8.2.3	Taylorreihe vom Typ C .....	94
8.3	Spezielle Beispiele.....	95
8.4	Erweiterte Polynome.....	96
8.5	Der Vergleich von Taylorpolynomen mit erweiterten Polynomen .....	98
8.6	Upper- bzw. Lower-Bound der Restfehlerwahrscheinlichkeit.....	99
<b>9</b>	<b>Allgemeine Anmerkungen</b>	<b>101</b>
9.1	Die Koeffizienten $c_k$ der Polynome vom Typ C .....	101
9.2	Die Koeffizienten $c_k$ .....	101
9.3	Die Überlagerung der erweiterten Polynome .....	101
9.4	Die Polynome .....	102
9.5	Ein Anwendungsbeispiel .....	102

<b>10</b>	<b>Vor- und Nachteile des Verfahrens</b>	<b>103</b>
10.1	Vorteile .....	103
10.2	Nachteile .....	104
<b>11</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>105</b>
<b>12</b>	<b>Literatur</b>	<b>109</b>
<b>13</b>	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>111</b>
<b>14</b>	<b>Anhang</b>	<b>113</b>
14.1	Bestimmung der Koeffizienten $c_k$ einer Taylorreihe der RW(p) .....	113
14.2	Der Nachweis der umhüllenden Taylorreihe für $c_t * c_{t+1} > 0$ .....	115
14.3	Erweiterung des Satzes 9 .....	117
14.4	Erweiterung des Satzes 10 .....	118
<b>15</b>	<b>Tabellen</b>	<b>119</b>
<b>16</b>	<b>Abbildungen</b>	<b>125</b>
<b>17</b>	<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>157</b>