
Inhaltsverzeichnis

1	Deskriptive und explorative Statistik	1
1.1	Motivation und Beispiele	1
1.2	Grundbegriffe	3
1.3	Merkmale und ihre Klassifikation	4
1.4	Studiendesigns	7
1.4.1	Experimente und Beobachtungsstudien	7
1.4.2	Querschnittsstudie versus Longitudinalstudie	7
1.4.3	Zeitreihen	8
1.5	Aufbereitung von univariaten Daten	8
1.5.1	Nominale und ordinale Daten	9
1.5.2	Metrische Daten	13
1.6	Quantifizierung der Gestalt empirischer Verteilungen	21
1.6.1	Lagemaße	22
1.6.2	Streuung	30
1.6.3	Schiefe versus Symmetrie	35
1.6.4	Quantile und abgeleitete Kennzahlen	36
1.6.5	Fünf-Punkte-Zusammenfassung und Boxplot	38
1.6.6	QQ-Plot (Quantildiagramm)	40
1.7	Konzentrationsmessung*	41
1.7.1	Lorenzkurve	41
1.7.2	Gini-Koeffizient	43
1.7.3	Herfindahl-Index	45

XII Inhaltsverzeichnis

1.8	Deskriptive Korrelations- und Regressionsanalyse	46
1.8.1	Korrelation	46
1.8.2	Grenzen der Korrelationsrechnung	58
1.8.3	Einfache lineare Regression	59
1.8.4	Grenzen der Regressionsrechnung	64
1.9	Deskriptive Zeitreihenanalyse*	64
1.9.1	Indexzahlen	65
1.9.2	Zerlegung von Zeitreihen	68
1.9.3	Bestimmung und Bereinigung der Trendkomponente	69
1.9.4	Bestimmung einer periodischen Komponente	70
1.10	Meilenstein	70
2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	73
2.1	Grundbegriffe	73
2.1.1	Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeit	74
2.1.2	Chancen (Odds)*	81
2.1.3	Ereignis-Algebra*	82
2.2	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	84
2.2.1	Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit	84
2.2.2	Satz von totalen Wahrscheinlichkeit	86
2.2.3	Satz von Bayes	87
2.3	Mehrstufige Wahrscheinlichkeitsmodelle	89
2.4	Unabhängige Ereignisse	90
2.5	Zufallsvariablen und ihre Verteilung	92
2.5.1	Die Verteilung einer Zufallsvariable	94
2.5.2	Die Verteilungsfunktion	95
2.5.3	Quantilfunktion und p -Quantile	96
2.5.4	Diskrete Zufallsvariablen	96
2.5.5	Stetige Zufallsvariablen	98
2.5.6	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen und Zufallsstichproben	101
2.5.7	Verteilung der Summe: Die Faltung	104
2.6	Erwartungswert, Varianz und Momente	104

2.6.1	Erwartungswert	104
2.6.2	Varianz	107
2.6.3	Momente und Transformationen von Zufallsvariablen . .	109
2.6.4	Entropie*	110
2.7	Diskrete Verteilungsmodelle.	111
2.7.1	Bernoulli-Verteilung	111
2.7.2	Binomialverteilung	112
2.7.3	Hypergeometrische Verteilung	116
2.7.4	Geometrische Verteilung und negative Binomialverteilung	118
2.7.5	Poisson-Verteilung	119
2.8	Stetige Verteilungsmodelle	121
2.8.1	Stetige Gleichverteilung	121
2.8.2	Exponentialverteilung	121
2.8.3	Normalverteilung	122
2.9	Erzeugung von Zufallszahlen*	124
2.10	Zufallsvektoren und ihre Verteilung	125
2.10.1	Verteilungsfunktion und Produktverteilung	125
2.10.2	Diskrete Zufallsvektoren	127
2.10.3	Stetige Zufallsvektoren	128
2.10.4	Bedingte Verteilung und Unabhängigkeit	130
2.10.5	Bedingte Erwartung	132
2.10.6	Erwartungswertvektor und Kovarianzmatrix	133
2.11	Grenzwertsätze und Konvergenzbegriffe	136
2.11.1	Das Gesetz der großen Zahlen	136
2.11.2	Der Hauptsatz der Statistik	138
2.11.3	Der zentrale Grenzwertsatz	138
2.11.4	Konvergenzbegriffe*	140
2.12	Verteilungsmodelle für Zufallsvektoren	142
2.12.1	Multinomialverteilung	142
2.12.2	Die zweidimensionale Normalverteilung	144
2.12.3	Multivariate Normalverteilung	146

XIV Inhaltsverzeichnis

2.13 Erzeugende Funktionen, Laplace-Transformierte*	149
2.14 Markov-Ketten*	151
2.14.1 Modell und Chapman-Kolmogorov-Gleichung	151
2.14.2 Stationäre Verteilung und Ergodensatz	154
2.15 Meilensteine	155
2.15.1 Lern- und Testfragen Block A	155
2.15.2 Lern- und Testfragen Block B	156
2.15.3 Lern- und Testfragen Block C	158
3 Schließende Statistik	159
3.1 Grundbegriffe	159
3.2 Schätzprinzipien und Gütekriterien	161
3.2.1 Nichtparametrische Schätzung	161
3.2.2 Dichteschätzung	162
3.2.3 Das Likelihood-Prinzip	163
3.2.4 Gütekriterien für statistische Schätzer	170
3.3 Testverteilungen	175
3.3.1 t -Verteilung	175
3.3.2 χ^2 -Verteilung	176
3.3.3 F -Verteilung	177
3.4 Konfidenzintervalle	177
3.4.1 Konfidenzintervall für μ	178
3.4.2 Konfidenzintervalle für σ^2	179
3.4.3 Konfidenzintervall für p	179
3.4.4 Konfidenzintervall für λ (Poisson-Verteilung)	181
3.5 Einführung in die statistische Testtheorie	182
3.6 1-Stichproben-Tests	185
3.6.1 Motivation	185
3.6.2 Stichproben-Modell	185
3.6.3 Gauß- und t -Test	186
3.6.4 Vorzeichentest und Binomialtest	196
3.7 2-Stichproben-Tests	198

3.7.1	Verbundene Stichproben	198
3.7.2	Unverbundene Stichproben	200
3.7.3	Wilcoxon-Test	204
3.7.4	2-Stichproben Binomialtest	206
3.8	Korrelationstests	207
3.8.1	Test auf Korrelation	208
3.8.2	Rangkorrelationstest	208
3.9	Lineares Regressionsmodell	209
3.9.1	Modell	209
3.9.2	Statistische Eigenschaften der KQ-Schätzer	211
3.9.3	Konfidenzintervalle	212
3.10	Multiple lineare Regression (Lineares Modell)*	214
3.10.1	Modell	215
3.10.2	KQ-Schätzung	216
3.10.3	Verteilungseigenschaften	217
3.10.4	Anwendung: Funktionsapproximation	217
3.11	Analyse von Kontingenztafeln	218
3.11.1	Vergleich diskreter Verteilungen	219
3.11.2	Chiquadrat-Unabhängigkeitstest	220
3.12	Elemente der Bayes-Statistik*	220
3.12.1	Grundbegriffe	221
3.12.2	Minimax-Prinzip	222
3.12.3	Bayes-Prinzip	223
3.13	Meilensteine	226
3.13.1	Lern- und Testfragen Block A	226
3.13.2	Lern- und Testfragen Block B	227
A	Mathematik - kompakt	229
A.1	Notationen	229
A.1.1	Griechische Buchstaben (Auswahl)	229
A.1.2	Mengen und Zahlen	229
A.2	Platzhalter, Variablen und Termumformungen	229

XVI Inhaltsverzeichnis

A.3	Punktfolgen und Konvergenz	231
A.3.1	Konvergenz von Folgen	232
A.3.2	Summen und Reihen	233
A.4	Ungleichungen	234
A.5	Funktionen	235
A.5.1	Spezielle Funktionen	236
A.5.2	Grenzwert von Funktionen	239
A.5.3	Stetigkeit	240
A.5.4	Potenzreihen*	240
A.6	Differenzialrechnung	241
A.6.1	Ableitung	241
A.6.2	Elastizität	242
A.6.3	Höhere Ableitungen	243
A.7	Taylorpolynom und Taylorentwicklung	243
A.8	Optimierung von Funktionen	244
A.9	Integration	246
A.9.1	Stammfunktion	247
A.9.2	Integrationsregeln	249
A.9.3	Uneigentliches Integral	249
A.10	Vektoren	250
A.10.1	Lineare Unabhängigkeit	251
A.10.2	Skalarprodukt und Norm	252
A.11	Matrizen	254
A.12	Lösung linearer Gleichungssysteme	257
A.12.1	Gauß-Verfahren	258
A.12.2	Determinanten	260
A.13	Funktionen mehrerer Veränderlicher	262
A.13.1	Partielle Differenzierbarkeit und Kettenregel	264
A.13.2	Lineare und quadratische Approximation, Hessematrix .	266
A.13.3	Optimierung von Funktionen	267
A.13.4	Optimierung unter Nebenbedingungen	269
A.14	Mehrdimensionale Integration	270

B	Glossar	271
	B.1 Deutsch–Englisch	271
	B.2 Englisch – Deutsch	274
C	Tabellen	277
	C.1 Normalverteilung	277
	C.2 <i>t</i> -Verteilung	279
	C.3 χ^2 -Verteilung	281
	C.4 <i>F</i> -Verteilung	283
	Literaturverzeichnis	293
	Sachverzeichnis	295