

Inhalt

Vorwort — v

1 Elementare Zahlentheorie — 1

- 1.1 Einführung — 1
- 1.1.1 Von natürlichen zu komplexen Zahlen — 1
- 1.1.2 Von Halbgruppen zu Körpern — 2
- 1.2 Der euklidische Algorithmus — 3
- 1.3 Der Fundamentalsatz der Arithmetik — 5
- 1.4 Modulare Arithmetik — 6
- 1.5 Anwendungen der modularen Arithmetik — 8
- 1.5.1 Bits und Bytes — 8
- 1.5.2 Fehlererkennung bei Artikelnummern — 9
- 1.6 Der chinesische Restsatz — 9
- 1.7 Ein erster Primzahltest nach Fermat — 12
- 1.8 Die schnelle Exponentiation — 13
- 1.9 Verschlüsselung mit dem RSA-Verfahren — 15
- 1.10 Die Euler'sche phi-Funktion — 17
- 1.11 Fibonacci-Zahlen — 21
- 1.12 Laufzeitanalyse des euklidischen Algorithmus — 25
- Aufgaben — 26
- Zusammenfassung — 30

2 Einige nützliche Abschätzungen — 32

- 2.1 Das Wachstum der Fakultät — 32
- 2.2 Das Wachstum der Binomialkoeffizienten — 33
- 2.3 Das Wachstum des kleinsten gemeinsamen Vielfachen — 35
- 2.4 Aussagen zur Primzahldichte — 39
- 2.5 Das Bertrand'sche Postulat — 41
- Aufgaben — 43
- Zusammenfassung — 44

3 Diskrete Wahrscheinlichkeitsrechnung — 45

- 3.1 Wahrscheinlichkeitsräume und Erwartungswerte — 45
- 3.2 Die Jensen'sche Ungleichung — 49
- 3.3 Das Geburtstagsparadoxon — 50
- Aufgaben — 51
- Zusammenfassung — 53

4 Kombinatorik — 54

- 4.1 Abzählende Kombinatorik — 54
- 4.2 Binomialkoeffizienten — 56
- 4.3 Durchschnittsanalyse von Bubble-Sort — 68
- 4.4 Das Prinzip von Inklusion und Exklusion — 69
- 4.5 Rencontres-Zahlen — 72
- 4.6 Stirling-Zahlen — 73
- 4.6.1 Die Stirling-Zahlen zweiter Art — 74
- 4.6.2 Die Stirling-Zahlen erster Art — 78
- 4.7 Bell-Zahlen — 82
- 4.8 Partitionszahlen — 83
- 4.9 Catalan-Zahlen — 86
- 4.9.1 Dyck-Wörter und Catalan-Zahlen — 86
- 4.9.2 Binärbäume und Catalan-Zahlen — 88
- 4.10 Die mittlere Höhe binärer Suchbäume — 90
- Aufgaben — 92
- Zusammenfassung — 96

5 Erzeugende Funktionen — 99

- 5.1 Gewöhnliche erzeugende Funktionen — 99
- 5.1.1 Fibonacci-Zahlen — 100
- 5.1.2 Catalan-Zahlen — 101
- 5.1.3 Stirling-Zahlen zweiter Art — 102
- 5.1.4 Partitionszahlen — 102
- 5.1.5 Das Wachstum der Partitionszahlen — 106
- 5.1.6 Der Pentagonalzahlensatz — 107
- 5.2 Exponentielle erzeugende Funktionen — 111
- 5.2.1 Stirling-Zahlen erster Art — 112
- 5.2.2 Bell-Zahlen — 113
- Aufgaben — 113
- Zusammenfassung — 115

6 Graphentheorie — 117

- 6.1 Grundbegriffe — 117
- 6.2 Eulerkreise und Hamiltonkreise — 123
- 6.3 Bäume — 126
- 6.4 Die Cayley-Formel — 128
- 6.5 Der Heiratssatz — 130
- 6.6 Stabile Heirat — 131
- 6.7 Der Satz von Menger — 134

6.8	Maximale Flüsse —	135
6.8.1	Der Satz von Ford und Fulkerson —	136
6.8.2	Residualgraphen und Verbesserungspfade —	139
6.8.3	Der Algorithmus von Dinitz —	141
6.9	Planare Graphen —	144
6.9.1	Die Eulerformel —	146
6.9.2	Färbungen von planaren Graphen —	148
6.9.3	Planare Separatoren —	149
6.10	Der Satz von Ramsey —	152
	Aufgaben —	156
	Zusammenfassung —	159
7	Ordnungsstrukturen und Verbände —	161
7.1	Halbordnungen —	161
7.2	Vollständige Halbordnungen —	165
7.3	Denotationale Semantik —	166
7.4	Kleinste Fixpunkte für monotone Abbildungen —	169
7.5	Verbände —	171
7.6	Vollständige Verbände —	173
7.7	Modulare und distributive Verbände —	174
7.8	Boolesche Verbände —	179
7.9	Boolesche Ringe —	181
7.10	Der allgemeine Darstellungssatz von Stone —	183
	Aufgaben —	187
	Zusammenfassung —	188
8	Boolesche Funktionen und Schaltkreise —	190
8.1	Shannons obere Schranke für die Anzahl der Gatter —	192
8.2	Die untere Schranke von Shannon —	193
8.3	Die obere Schranke von Lupanov —	196
A	Grundlagen —	199
A.1	Mengen, Relationen und Abbildungen —	199
A.2	Die \mathcal{O} -Notation —	200
B	Lösungen der Aufgaben —	202
	Literaturverzeichnis —	233
	Symbolverzeichnis —	235
	Index —	239