

# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Einleitung</b>   | <b>1</b>  |
| <b>1 Permutationen und Kombinationen</b>                  | <b>3</b>  |
| 1.1 Permutationen . . . . .                               | 3         |
| 1.1.1 Permutationen ohne Wiederholung . . . . .           | 4         |
| 1.1.2 Stirlingzahlen erster Art . . . . .                 | 7         |
| 1.1.3 Typ einer Permutation . . . . .                     | 11        |
| 1.1.4 Permutationen mit Wiederholung . . . . .            | 13        |
| 1.1.5 Zusammenfassung . . . . .                           | 14        |
| 1.2 Kombinationen . . . . .                               | 15        |
| 1.2.1 Kombinationen ohne Wiederholung . . . . .           | 15        |
| 1.2.2 Kombinationen mit Wiederholung . . . . .            | 16        |
| 1.2.3 Zusammenfassung . . . . .                           | 18        |
| 1.3 Multinomialkoeffizienten . . . . .                    | 18        |
| 1.3.1 Binomialkoeffizienten . . . . .                     | 19        |
| 1.3.2 Multinomialkoeffizienten . . . . .                  | 27        |
| 1.3.3 Zusammenfassung . . . . .                           | 32        |
| <b>2 Partitionen</b>                                      | <b>33</b> |
| 2.1 Zahlpartitionen . . . . .                             | 33        |
| 2.1.1 Geordnete Zahlpertitionen . . . . .                 | 34        |
| 2.1.2 Ungeordnete Zahlpertitionen . . . . .               | 35        |
| 2.1.3 Zusammenfassung . . . . .                           | 37        |
| 2.2 Mengenpartitionen . . . . .                           | 38        |
| 2.2.1 Stirlingzahlen zweiter Art . . . . .                | 38        |
| 2.2.2 Anzahl von Abbildungen . . . . .                    | 40        |
| 2.2.3 Zusammenfassung . . . . .                           | 46        |
| 2.3 Catalanzahlen . . . . .                               | 46        |
| <b>3 Abzählmethoden und das Urnenmodell</b>               | <b>49</b> |
| 3.1 Elementare Abzählmethoden . . . . .                   | 49        |
| 3.1.1 Summenregel . . . . .                               | 49        |
| 3.1.2 Gleichheitsregel . . . . .                          | 50        |
| 3.1.3 Produktregel . . . . .                              | 50        |
| 3.1.4 Doppeltes Abzählen . . . . .                        | 51        |
| 3.1.5 Das Schubfachprinzip . . . . .                      | 52        |
| 3.1.6 Das Prinzip der Inklusion und Exklusion . . . . .   | 53        |
| 3.1.7 Zusammenfassung . . . . .                           | 55        |
| 3.2 Das Urnenmodell . . . . .                             | 56        |
| <b>4 Erzeugende Funktionen</b>                            | <b>59</b> |
| 4.1 Definitionen und grundlegende Eigenschaften . . . . . | 59        |
| 4.2 Erzeugende Funktionen für Kombinationen . . . . .     | 64        |

|                                 |   |            |
|---------------------------------|---|------------|
| 4.3                             | Erzeugende Funktionen für Permutationen . . . . .                         | 68         |
| 4.4                             | Weitere Anwendungen und Zusammenfassung . . . . .                         | 70         |
| <b>5</b>                        | <b>Lineare Differenzengleichungen</b>                                     | <b>79</b>  |
| 5.1                             | Definitionen und Beispiele . . . . .                                      | 80         |
| 5.2                             | Allgemeine Eigenschaften von Lösungen . . . . .                           | 81         |
| 5.3                             | Lösungsverfahren . . . . .  | 84         |
| 5.3.1                           | Lösungsverfahren für homogene Differenzengleichungen                      | 84         |
| 5.3.2                           | Lösungsverfahren für inhomogene Differenzengleichungen . . . . .          | 95         |
| 5.4                             | Lösung homogener linearer Differenzengleichungen zweiten Grades . . . . . | 104        |
| 5.5                             | Lösung mithilfe von erzeugenden Funktionen . . . . .                      | 110        |
| 5.5.1                           | Gleichungen zweiten Grades . . . . .                                      | 111        |
| 5.5.2                           | Gleichungen ersten Grades . . . . .                                       | 118        |
| 5.5.3                           | Gleichungen höheren Grades . . . . .                                      | 119        |
| 5.6                             | Zusammenfassung . . . . .   | 124        |
| <b>6</b>                        | <b>Diskretes Differenzieren und Integrieren</b>                           | <b>125</b> |
| 6.1                             | Diskrete Mengen und Funktionen . . . . .                                  | 125        |
| 6.2                             | Differenzenoperatoren und diskrete Ableitungen . . . . .                  | 128        |
| 6.3                             | Polynomdarstellung diskreter Funktionen . . . . .                         | 137        |
| 6.4                             | Diskrete Stammfunktionen und Summation . . . . .                          | 140        |
| 6.4.1                           | Definitionen und elementare Eigenschaften . . . . .                       | 140        |
| 6.4.2                           | Berechnung von Summen durch diskrete Integration .                        | 142        |
| 6.4.3                           | Berechnung von Summen durch partielle diskrete Integration . . . . .      | 147        |
| 6.5                             | Weitere Summationsmethoden . . . . .                                      | 149        |
| 6.6                             | Zusammenfassung . . . . .   | 153        |
| <b>A</b>                        | <b>Anhang</b>   | <b>155</b> |
| A.1                             | Zahlenmengen . . . . .  | 155        |
| A.2                             | Relationen und Funktionen . . . . .                                       | 155        |
| A.3                             | Spezielle Funktionen, Summen und Produkte . . . . .                       | 157        |
| <b>Lösungen zu den Aufgaben</b> |   | <b>161</b> |
| <b>Literatur</b>                |   | <b>197</b> |
| <b>Stichwortverzeichnis</b>     |   | <b>199</b> |