

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung .....</b>	<b>1</b>
1.1	Historischer Überblick .....	1
1.2	Generelle Vorgehensweise .....	4
1.3	Aussagesicherheit einer FE-Analyse .....	8
1.4	Qualitätsstandards .....	10
<b>2</b>	<b>Anwendungsfelder und Software .....</b>	<b>11</b>
2.1	Problemklassen .....	11
2.2	Kommerzielle Software .....	12
<b>3</b>	<b>Grundgleichungen der linearen Finite-Element- Methode .....</b>	<b>16</b>
3.1	Matrizenrechnung .....	16
3.2	Gleichungen der Elastostatik .....	19
3.3	Grundgleichungen der Elastodynamik .....	26
3.4	Finites Grundgleichungssystem .....	27
3.4.1	Variationsprinzip .....	27
3.4.2	Methode von Galerkin .....	31
<b>4</b>	<b>Die Matrix-Steifigkeitsmethode .....</b>	<b>34</b>
<b>5</b>	<b>Das Konzept der Finite-Element-Methode .....</b>	<b>41</b>
5.1	Allgemeine Vorgehensweise .....	41
5.2	FE-Programmsystem .....	44
5.3	Mathematische Formulierung .....	45
5.3.1	Ebenes Stab-Element .....	45
5.3.2	Ebenes Drehstab-Element .....	50
5.3.3	Ebenes Balken-Element .....	53
5.4	Prinzipieller Verfahrensablauf .....	62
5.4.1	Steifigkeitstransformation .....	62
5.4.2	Äquivalente Knotenkräfte .....	65
5.4.3	Zusammenbau und Randbedingungen .....	68
5.4.4	Sonderrandbedingungen .....	72
5.4.5	Lösung des Gleichungssystems .....	74
5.4.6	Berechnung der Spannungen .....	81
5.4.7	Systematische Problembehandlung .....	83
<b>6</b>	<b>Wahl der Ansatzfunktionen .....</b>	<b>89</b>
<b>7</b>	<b>Elementkatalog für elastostatische Probleme .....</b>	<b>93</b>
7.1	3-D-Balken-Element .....	93
7.2	Scheiben-Elemente .....	97
7.2.1	Belastungs- und Beanspruchungszustand .....	97
7.2.2	Dreieck-Element .....	98
7.2.3	Flächenkoordinaten .....	105
7.2.4	Erweiterungen des Dreieck-Elements .....	110
7.2.5	Rechteck-Element .....	111

7.2.6	Konvergenz Balken-Scheiben-Elemente .....	119
7.2.7	Berücksichtigung der Schubverformung .....	120
7.2.8	Viereck-Element .....	125
7.2.9	Isoparametrische Elemente .....	129
7.2.10	Numerische Integration .....	134
7.3	Platten-Elemente .....	139
7.3.1	Belastungs- und Beanspruchungszustand .....	139
7.3.2	Problematik der Platten-Elemente .....	143
7.3.3	Rechteck-Platten-Element .....	146
7.3.4	Dreieck-Platten-Element .....	152
7.3.5	Konvergenz .....	153
7.3.6	Schubverformung am Plattenstreifen .....	155
7.3.7	Beulproblematik .....	156
7.4	Schalen-Elemente .....	165
7.5	Volumen-Elemente .....	170
7.6	Kreisring-Element .....	175
<b>8</b>	<b>Kontaktprobleme .....</b>	<b>182</b>
8.1	Problembeschreibung .....	182
8.2	Einfache Lösungsmethode für Kontaktprobleme .....	184
8.3	Lösung zweidimensionaler Kontaktprobleme .....	188
8.3.1	Iterative Lösung nichtlinearer Probleme ohne Kontakt .....	188
8.3.2	Iterative Lösung mit Kontakt .....	189
<b>9</b>	<b>FEM-Ansatz für dynamische Probleme .....</b>	<b>202</b>
9.1	Virtuelle Arbeit in der Dynamik .....	202
9.2	Elementmassenmatrizen .....	204
9.2.1	3-D-Balken-Element .....	205
9.2.2	Endmassenwirkung .....	207
9.2.3	Dreieck-Scheiben-Element .....	209
9.3	Dämpfungsmatrizen .....	212
9.4	Eigenschwingungen ungedämpfter System .....	213
9.4.1	Gleichungssystem .....	213
9.4.2	Numerische Ermittlung der Eigenwerte .....	221
9.4.3	Statische Reduktion nach Guyan .....	222
9.5	Freie Schwingungen .....	226
9.6	Erzwungene Schwingungen .....	228
9.7	Beliebige Anregungsfunktion .....	237
9.8	Lösung der Bewegungsgleichung .....	238
<b>10</b>	<b>Grundgleichungen der nichtlinearen Finite-Element-Methode .....</b>	<b>247</b>
10.1	Lösungsprinzipien für nichtlineare Aufgaben .....	247
10.2	Nichtlineares Elastizitätsverhalten .....	250
10.3	Plastizität .....	253
10.4	Geometrische Nichtlinearität .....	257
10.5	Instabilitätsprobleme .....	259

<b>11</b>	<b>Wärmeübertragungsprobleme</b>	266
11.1	Physikalische Grundlagen	266
11.2	Diskretisierte Wärmeleitungsgleichung	271
11.3	Lösungsverfahren	273
11.4	Thermisch-stationäre strukturelle Berechnung	275
11.5	Thermisch-transiente strukturelle Berechnung	276
<b>12</b>	<b>Mehrkörpersysteme</b>	279
12.1	Merkmale eines MKS	279
12.2	Kinematik von MKS	281
12.2.1	Drehmatrix	283
12.2.2	Ebene Bewegung	285
12.3	Kinetik von MKS	287
12.3.1	Grundbeziehungen für den starren Körper	289
12.3.2	Newton-Euler-Methode	291
12.4	Lagrange'sche Methode	293
12.5	Mechanismenstrukturen	295
<b>13</b>	<b>Bauteiloptimierung</b>	297
13.1	Formulierung einer Optimierungsaufgabe	297
13.2	Parameteroptimierung	298
13.3	Bionische Strategie	300
13.4	Selektive Kräftepfadoptimierung	303
<b>14</b>	<b>Grundregeln der FEM-Anwendung</b>	306
14.1	Fehlerquellen	306
14.2	Elementierung und Vernetzung	307
14.3	Netzaufbau	311
14.4	Bandbreiten-Optimierung	314
14.5	Genauigkeit der Ergebnisse	318
14.6	Qualitätssicherung	320
	Fallstudie 1: zu Kapitel 4 <i>Matrix-Steifigkeitsmethode</i>	323
	Fallstudie 2: zu Kapitel 5 <i>Konzept der FEM / Allgemeine Vorgehensweise</i>	325
	Fallstudie 3: zu Kapitel 5 <i>Konzept der FEM / Schiefe Randbedingungen</i>	329
	Fallstudie 4: zu Kapitel 5 <i>Konzept der FEM / Durchdringung</i>	330
	Fallstudie 5: zu Kapitel 7 <i>Anwendung von Schalen-Elementen</i>	332
	Fallstudie 6: zu Kapitel 7.5 <i>Anwendung von Volumen-Elementen / Mapped meshing</i>	335
	Fallstudie 7: zu Kapitel 7.5 <i>Anwendung der Volumen-Elemente / Free meshing</i>	337
	Fallstudie 8: zu Kapitel 9 <i>Dynamische Probleme</i>	340
	Fallstudie 9: zu Kapitel 9.6 <i>Erzwungene Schwingungen</i>	343
	Fallstudie 10: zu Kapitel 10 <i>Materialnichtlinearität</i>	347
	Fallstudie 11: zu Kapitel 10.4 <i>Geometrische Nichtlinearität</i>	350
	Fallstudie 12: zu Kapitel 11 <i>Wärmeleitungsprobleme</i>	353
	Übungsaufgabe 4.1	357
	Übungsaufgabe 5.1	358
	Übungsaufgabe 5.2	359
	Übungsaufgabe 5.3	361

Übungsaufgabe 5.4 .....	363
Übungsaufgabe 5.5 .....	365
Übungsaufgabe 5.6 .....	368
Übungsaufgabe 5.7 .....	369
Übungsaufgabe 5.8 .....	370
Übungsaufgabe 5.9 .....	373
Übungsaufgabe 6.1 .....	374
Übungsaufgabe 7.1 .....	375
Übungsaufgabe 7.2 .....	376
Übungsaufgabe 9.1 .....	377
Übungsaufgabe 9.2 .....	378
Übungsaufgabe 9.3 .....	379
Übungsaufgabe 9.5 .....	380
Übungsaufgabe 10.4 .....	381
Übungsaufgabe 11.1 .....	382
Übungsaufgabe 11.2 .....	383
Mathematischer Anhang .....	384
QM-Checkliste einer FE-Berechnung .....	400
Literaturverzeichnis .....	402
Sachwortverzeichnis .....	407