

Inhaltsverzeichnis

Teil I Diskrete Systeme

1	Das System von einem Freiheitsgrad	3
1.1	Vorbemerkung	3
1.2	Kleine Phänomenologie linearer Schwinger von einem Freiheitsgrad	3
1.2.1	Beispiele für freie Schwingungen	4
1.2.2	Beispiele für erzwungene Schwingungen	12
1.3	Freie Schwingungen – Eigenverhalten	18
1.3.1	Das ungedämpfte System, $D = 0$	20
1.3.2	Das gedämpft schwingende System, $0 < D < 1$	24
1.3.3	Kriechvorgänge, $D \geq 1$	27
1.3.4	Das entdämpfte, selbsterregende System, $-1 < D < 0$	28
1.3.5	Monotone Instabilität – Divergenz, $D \leq -1$	29
1.3.6	Wurzelortskurvendarstellung	29
1.3.7	Negative Steifigkeit, statische Instabilität	31
1.3.8	Zusammenfassung	33
1.4	Erzwungene Schwingung – Behandlung im Frequenzbereich	34
1.4.1	Harmonische Erregung	35
1.4.2	Allgemeine, periodische Erregung	42
1.4.3	Allgemeine, transiente Erregung	45
1.4.4	Komplexe Schreibweise	51
1.4.5	Numerische Realisierung der Fourier-Transformation und die Fast-Fourier-Transformation	64
1.5	Erzwungene Schwingungen – Behandlung im Zeitbereich	69
1.5.1	Einige spezielle Stoßantwortfunktionen	70
1.5.2	Die Duhamel'schen Integrale	74
1.5.3	Ein Übertragungsverfahren	77
	Literaturverzeichnis	85

2 Bewegungsdifferentialgleichungen für Systeme von zwei oder mehr Freiheitsgraden	87
2.1 Das Verfahren der Steifigkeitszahlen	87
2.1.1 Erläuterung des Verfahrens an einem zweigeschossigen Stockwerkrahmen	87
2.1.2 Erweiterung des Verfahrens: Biegeschwingungen unter Berücksichtigung von Massen und Drehmassen	92
2.1.3 Bewegungsdifferentialgleichung für das Doppelpendel, aufgestellt mit dem Verfahren der Steifigkeitszahlen	96
2.2 Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichungen mit dem Prinzip der virtuellen Verlückung	98
2.3 Mathematische Eigenschaften von Steifigkeits-Massenmatrix	110
2.3.1 Symmetrie der Steifigkeitsmatrix bei Systemen mit potentieller Energie	110
2.3.2 Positive Definitheit	114
2.3.3 Bandstruktur	116
Literaturverzeichnis	119
3 Freie und erzwungene Schwingungen von Zwei- und Mehr-Freiheitsgradsystemen – Behandlung als gekoppeltes System	121
3.1 Freie Schwingungen – Eigenverhalten	121
3.1.1 Eigenschwingungen eines ungedämpften Systems von zwei Freiheitsgraden	122
3.1.2 Eigenschwingungen eines gedämpften Systems	133
3.1.3 Eigenschwingungen eines selbsterregungsfähigen Systems	143
3.1.4 Stabilitätsuntersuchungen mit Hilfe von Beiwertbedingungen oder der Hurwitz-Determinante	154
3.2 Erzwungene Schwingungen von Mehr-Freiheitsgradsystemen – Behandlung im Frequenzbereich	160
3.2.1 Partikuläre und homogene Lösung	160
3.2.2 Harmonische Erregung	161
3.2.3 Übergang auf allgemeine periodische Erregung und transiente Erregung	173
3.3 Behandlung erzwungener Schwingungen durch Lösung des gekoppelten Systems im Zeitbereich	175
3.3.1 Allgemeine Überlegungen zur Integration	175
3.3.2 Vollständige Lösung für das Mehr-Freiheitsgradsystem und Vergleich mit der Duhamel-Lösung des Einmassenschwingers – das Faltungsintegral	181
Literaturverzeichnis	185
4 Die modale Analyse bei ungedämpften Strukturen und Strukturen mit Proportionaldämpfung	187
4.1 Die modale Entkopplung des ungedämpften Systems (Typ I)	189

4.2	Die modale Analyse bei Strukturen mit proportionaler Dämpfung (Typ II)	194
4.3	Harmonische Erregung – das Resonanzverhalten proportional gedämpfter Strukturen in modaler Darstellung	197
4.4	Modale Behandlung transienter Vorgänge im Zeitbereich	205
4.4.1	Freie Schwingungen infolge von Anfangsbedingungen	205
4.4.2	Erzwungene Schwingungen	207
4.4.3	Die Response-Spektren-Methode	213
4.5	Anmerkungen zur Proportionaldämpfung	218
4.6	Kriterien für das Weglassen von modalen Freiheitsgraden bei der Integration der Bewegungsgleichungen	221
	Literaturverzeichnis	224
5	Die modale Analyse bei Systemen mit starker Dämpfung oder Neigung zur Selbsterregung	225
5.1	Modale Zerlegung des stark gedämpften Systems (Typ III)	226
5.2	Modale Zerlegung des allgemeinen mechanischen Systems (Typ IV)	230
5.3	Resonanzverhalten stark gedämpfter und selbsterregungsfähiger Systeme in modaler Darstellung	237
5.4	Modale Behandlung transienter Vorgänge im Zeitbereich	243
5.4.1	Freie Schwingungen infolge von Anfangsbedingungen	243
5.4.2	Erzwungene Schwingungen	244
5.5	Modale Zerlegung bei Doppel-Eigenwerten mit gleichen Eigenvektoren	248
5.6	Erfassung des Einflusses von Parameteränderungen – Sensitivität	250
	Literaturverzeichnis	257
6	Algorithmus zum formalisierten Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichungen von Mehrkörpersystemen	259
6.1	Vorbemerkung	259
6.2	Modellierung eines Personenkraftwagens als ebenes Mehrkörpersystem	260
6.3	Ebene Mehrkörpersysteme	261
6.4	Erfassung der Fußpunktanregung	278
6.5	Einige Hinweise zu räumlichen Systemen	279
	Literaturverzeichnis	282
7	Die Elementmatrizen von Rotoren, Gyrostaten, vorgespannten Federn und die Behandlung von Zwangsbedingungen	283
7.1	Kinematische Überlegungen	283
7.2	Impulssatz, Drallsatz und Newton-Euler-Gleichungen des bewegten, starren Körpers	295
7.3	Matrizen für die Elemente „Rotor“ und „Gyrostat“	302

7.4	Erweiterung des Prinzips beim Auftreten von kinematischen Zwangsbedingungen und von Anfangslasten	307
7.4.1	Vorbemerkung	307
7.4.2	Ein Prinzip der virtuellen Arbeiten ohne a-priori-Erfüllung der Zwangsbedingungen	308
7.4.3	Prinzip der virtuellen Arbeiten für Schwingungen um einen Bezugsstand (statische Ruhelage).....	312
7.4.4	Aufbau des Systems von Bewegungsgleichungen	319
7.4.5	Elementmatrizen und Elementvektoren für Dehnfedern ..	322
7.4.6	Ein Beispiel	327
	Literaturverzeichnis	330
8	Anmerkungen zur numerischen Lösung	331
8.1	Superposition	332
8.2	Lösung linearer Gleichungssysteme.....	333
8.3	Lösen der Eigenwertprobleme	336
8.3.1	Transformation der allgemeinen in die spezielle Eigenwertaufgabe – statische Kondensation – Shift	336
8.3.2	Einige Eigenschaften der Eigenwertaufgabe	339
8.3.3	Vektoriterationsverfahren	340
8.3.4	Transformationsverfahren	343
8.3.5	Determinantensuchverfahren	346
8.3.6	Bisektionsverfahren	349
8.4	Numerische Integration	349
	Literaturverzeichnis	350

Teil II Kontinua und ihre Diskretisierung

9	Analytische Lösungen einfacher schwingender Kontinua	355
9.1	Einleitung	355
9.2	Aufstellung und Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung des schubstarren biegeelastischen Balkens	356
9.2.1	Differentialgleichung, Randbedingungen, Anfangsbedingungen	356
9.2.2	Lösung der Differentialgleichung und Einbau der Randbedingungen	359
9.2.3	Anpassung der Lösung an die Anfangsbedingungen.....	365
9.2.4	Zusammenfassung.....	367
9.3	Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung bei harmonischer Erregung – eingeschwungener Zustand	367
9.4	Der biegeelastische Balken mit Zusatzeffekten	374
9.4.1	Elastisch gebetteter Biegebalken	374
9.4.2	Biegebalken mit axialer Normalkraft im Ausgangszustand ..	376
9.4.3	Der Biegebalken mit Schubelastizität und Drehträgheit (Timoshenko-Balken)	378

9.4.4	Eigenfrequenzen des Biegebalkens mit Zusatzeffekten	381
9.4.5	Biegebalken mit Proportionaldämpfung	384
9.5	Ebene Flächentragwerke	386
9.5.1	Bewegungsgleichungen für Scheiben und Platten in kartesischen Koordinaten	386
9.5.2	Bewegungsgleichungen für ebene Flächentragwerke in Polarkoordinaten	389
9.5.3	Anmerkungen zu analytischen Lösungen bei Platten	391
	Literaturverzeichnis	392
10	Geschlossene Lösung einfacher schwingender Kontinua	395
10.1	Einleitung	395
10.2	Orthogonalitätsbeziehungen für Balken mit einfachen Randbedingungen	396
10.3	Freie Schwingungen: Die Anpassung an die Anfangsbedingungen durch modales Vorgehen	399
10.4	Lösung für allgemeine, transiente Erregung	401
10.5	Harmonische Erregung – Resonanzverhalten in modaler Darstellung	405
10.6	Dämpfungseinfluss	408
10.7	Bilanz zur modalen Betrachtungsweise und Verallgemeinerung	412
	Literaturverzeichnis	415
11	Das Verfahren der Übertragungsmatrizen	417
11.1	Einleitung	417
11.2	Einige Übertragungsmatrizen	418
11.3	Das Übertragungsschema zur Eigenfrequenz- und Eigenformberechnung	422
11.4	Weiche, steife und starre Zwischenstützen	428
11.5	Erzwungene, periodische Schwingungen	431
11.6	Harmonische Erregung in einer kettenförmigen Struktur mit Grenzen im Unendlichen	433
11.7	Gesamtgleichungssystem und verzweigte Strukturen	439
11.8	Numerische Schwierigkeiten	442
11.9	Vorzüge und Grenzen des Übertragungsmatrizenverfahrens	444
	Literaturverzeichnis	445
12	Energieformulierungen als Grundlage für Näherungsverfahren	447
12.1	Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für Durchlaufträger und ebene Rahmentragwerke	449
12.1.1	Formulierung des Prinzips der virtuellen Verrückungen	451
12.1.2	Gleichwertigkeit des Prinzips der virtuellen Verrückungen mit den Gleichgewichtsbedingungen	453
12.1.3	Weitere Umformung des PdvV	455
12.1.4	Zulässige Verschiebungszustände	456

12.1.5 Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für ebene Rahmentragwerke	457
12.2 Ableitung der Orthogonalitätsrelation mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen	458
12.3 Prinzip der virtuellen Verrückungen für andere Kontinua	460
12.3.1 Nicht-dünnwandiger, räumlicher Stab mit doppelt- symmetrischem Querschnitt	460
12.3.2 Orthotrope, schubstarre Platte	465
12.3.3 Schubweiche Platte	466
12.3.4 Schubweiche Platte in Polarkoordinaten	467
12.3.5 Andere Kontinua	468
Literaturverzeichnis	469
13 Der Rayleigh-Quotient und das Ritz'sche Verfahren	471
13.1 Der Rayleigh-Quotient	471
13.1.1 Definition des Rayleigh-Quotienten	471
13.1.2 Minimaleigenschaft des Rayleigh-Quotienten	473
13.1.3 Rayleigh-Quotient für höhere Eigenfrequenzen	474
13.1.4 Möglichkeiten zur Verbesserung der Ansatzfunktion	475
13.2 Das Ritz'sche Verfahren zur Eigenschwingungsberechnung	476
13.2.1 Grundgedanke des Ritz'schen Verfahrens	476
13.2.2 Beispielrechnung	478
13.2.3 Minimaleigenschaften der mit dem Ritz'schen Verfahren ermittelten Eigenfrequenzen, Genauigkeit und Konvergenzverhalten	480
Literaturverzeichnis	483
14 Die Methode der finiten Elemente	485
14.1 Einleitung	485
14.2 Methode der finiten Elemente für Durchlaufträger (Stabzüge)	487
14.2.1 Zerlegung in Einzelemente	488
14.2.2 Behandlung der Einzelemente eines Durchlaufträgers	490
14.2.3 Zusammenbau der Einzelemente zum Gesamtsystem	495
14.2.4 Praktisches Vorgehen zum Aufstellen der Systemmatrizen und -vektoren (Indextafel-Organisation)	497
14.2.5 Schnittkraftermittlung	501
14.2.6 Zusammenfassung	503
14.3 Methode der finiten Elemente für ebene und räumliche Rahmentragwerke	505
14.3.1 Voraussetzungen	506
14.3.2 Elementmatrizen und Elementvektoren	506
14.3.3 Koordinatentransformation	509
14.3.4 Gelenke und Mechanismen, Zwangsbedingungen	511
14.4 Elementmatrizen für Stäbe mit Schubweichheit, Drehmassenbelegung und Vorspannung	511

14.5	Finite-Elemente-Verfahren für Platten	514
14.5.1	Vorbemerkung	514
14.5.2	Elementmatrizen für schubstarre Platten	514
14.5.3	Elementmatrizen für schubweiche Platten	521
14.6	Finite-Elemente-Verfahren auf der Grundlage gemischt-hybrider Arbeitsausdrücke	523
	Literaturverzeichnis	527
15	Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften	531
15.1	Ein einfaches Beispiel	532
15.2	Allgemeine Regel für die Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften bei dreidimensionalen Strukturen	534
15.3	Berechnung der Eigenschwingungen eines Radsatzes bei Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften	537
	Literaturverzeichnis	543
16	Reduktion der Zahl der Freiheitsgrade	545
16.1	Der Formalismus der Reduktion	546
16.2	Statische Kondensation	547
16.3	Die modale Kondensation unter Verwendung eines benachbarten, konservativen Hilfssystems	553
16.4	Gemischte statische und modale Kondensation zur Beibehaltung wichtiger physikalischer Freiheitsgrade im reduzierten System	555
16.5	Vergleich der drei Reduktionsverfahren	560
16.6	Kondensation bei Systemen mit lokalen Nichtlinearitäten	561
	Literaturverzeichnis	562
17	Substrukturtechniken	563
17.1	Vorbemerkung	563
17.2	Modale Synthese bei Verwendung von Substrukturen, die an den Koppelstellen gefesselt sind	567
17.3	Modale Synthese bei Verwendung von Substrukturen mit freien Koppelstellen	576
17.3.1	Ein einfaches Beispiel	577
17.3.2	Modale Synthese für unverschiebbliche Substrukturen mit freien Koppelstellen	584
17.3.3	Die Modifikation des Verfahrens nach Craig und Chang	591
17.4	Genauigkeit und Konvergenzverhalten bei der modalen Synthese	592
17.5	Übersicht über die modalen Syntheseverfahren	597
	Literaturverzeichnis	597
18	Bewegungsgleichungen von rotierenden elastischen Strukturen	599
18.1	Bewegungsgleichungen des rotierenden Punktmassenmodells	600
18.1.1	Mechanisches Modell	600
18.1.2	Kinematik des Massenpunktes	601

18.1.3 Auswertung der Massenterme des Prinzips der virtuellen Verrückungen	603
18.1.4 Gesamtgleichungssystem der rotierenden Punktmassenstruktur	604
18.1.5 Diskussion der Bewegungsgleichungen	605
18.2 Bewegungsgleichungen der rotierenden Struktur mit kontinuierlicher Massenverteilung – konsistente Modellierung	606
18.2.1 Mechanisches Modell	607
18.2.2 Kinematik des Massenpunktes	607
18.2.3 Auswertung der Massenintegralterme des Prinzips der virtuellen Verrückungen	609
18.2.4 Finite-Elemente-Diskretisierung	610
18.2.5 Gesamtgleichungssystem der rotierenden Struktur	611
18.3 Modale Kondensation zur Reduktion der Zahl der Freiheitsgrade der rotierenden Struktur	613
18.4 Bewegungsgleichungen von gekoppelten rotierenden und nicht rotierenden Strukturen	613
Literaturverzeichnis	614
19 Stabilität von periodisch zeitvarianten Systemen – Parametererregung	615
19.1 Vorbetrachtung: Pendel mit bewegtem Aufhängepunkt; Stabilität der Mathieu'schen Differentialgleichung	616
19.2 Parameterresonanzen bei Mehr-Freiheitsgradsystemen	620
19.3 Stabilitätsuntersuchung nach Floquet	622
19.4 Stabilitätsuntersuchung nach Hill	628
19.5 Kleiner Vergleich der Stabilitätsuntersuchungen nach Floquet und Hill	633
19.6 Modale Behandlung linearer periodisch zeitvarianter Bewegungsgleichungen	635
19.6.1 Die Orthogonalitätsbedingung des linearen zeitvarianten Systems und seine Transformation in ein zeitinvariantes entkoppeltes System	635
19.6.2 Der Hill'sche Ansatz für die homogene Lösung des periodisch zeitvarianten Systems und die Fundamentalmatrix	637
19.6.3 Aufbau und Inversion der Transformationsmatrix	641
19.6.4 Ermittlung von erzwungenen Schwingungen auf modalem Weg	643
19.6.5 Direkte Gewinnung der Antwort bei rein harmonischer Erregung	648
19.6.6 Ein technisches Beispiel	650
Literaturverzeichnis	652

Inhaltsverzeichnis	XXV
Symbolverzeichnis	655
Sachverzeichnis	663