

Inhaltsverzeichnis

Teil I Diskrete Systeme

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Das System von einem Freiheitsgrad | 3 |
| 1.1 | Vorbemerkung | 3 |
| 1.2 | Kleine Phänomenologie linearer Schwinger von einem Freiheitsgrad | 3 |
| 1.2.1 | Beispiele für freie Schwingungen | 4 |
| 1.2.2 | Beispiele für erzwungene Schwingungen | 12 |
| 1.3 | Freie Schwingungen – Eigenverhalten | 18 |
| 1.3.1 | Das ungedämpfte System, $D = 0$ | 20 |
| 1.3.2 | Das gedämpft schwingende System, $0 < D < 1$ | 24 |
| 1.3.3 | Kriechvorgänge, $D \geq 1$ | 27 |
| 1.3.4 | Das entdämpfte, selbsterregende System, $-1 < D < 0$ | 28 |
| 1.3.5 | Monotone Instabilität – Divergenz, $D \leq -1$ | 29 |
| 1.3.6 | Wurzelortskurvendarstellung | 29 |
| 1.3.7 | Negative Steifigkeit, statische Instabilität | 31 |
| 1.3.8 | Zusammenfassung | 33 |
| 1.4 | Erzwungene Schwingung – Behandlung im Frequenzbereich | 34 |
| 1.4.1 | Harmonische Erregung | 35 |
| 1.4.2 | Allgemeine, periodische Erregung | 42 |
| 1.4.3 | Allgemeine, transiente Erregung | 45 |
| 1.4.4 | Komplexe Schreibweise | 51 |
| 1.4.5 | Numerische Realisierung der Fourier-Transformation und die Fast-Fourier-Transformation | 64 |
| 1.5 | Erzwungene Schwingungen – Behandlung im Zeitbereich | 69 |
| 1.5.1 | Einige spezielle Stoßantwortfunktionen | 70 |
| 1.5.2 | Die Duhamel'schen Integrale | 74 |
| 1.5.3 | Ein Übertragungsverfahren | 77 |
| | Literaturverzeichnis | 85 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 2 | Bewegungsdifferentialgleichungen für Systeme von zwei oder mehr Freiheitsgraden | 87 |
| 2.1 | Das Verfahren der Steifigkeitszahlen | 87 |
| 2.1.1 | Erläuterung des Verfahrens an einem zweigeschossigen Stockwerkrahmen | 87 |
| 2.1.2 | Erweiterung des Verfahrens: Biegeschwingungen unter Berücksichtigung von Massen und Drehmassen | 92 |
| 2.1.3 | Bewegungsdifferentialgleichung für das Doppelpendel, aufgestellt mit dem Verfahren der Steifigkeitszahlen | 96 |
| 2.2 | Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichungen mit dem Prinzip der virtuellen Verrückung | 98 |
| 2.3 | Mathematische Eigenschaften von Steifigkeits-Massenmatrix | 110 |
| 2.3.1 | Symmetrie der Steifigkeitsmatrix bei Systemen mit potentieller Energie | 110 |
| 2.3.2 | Positive Definitheit | 114 |
| 2.3.3 | Bandstruktur | 116 |
| | Literaturverzeichnis | 119 |
| 3 | Freie und erzwungene Schwingungen von Zwei- und Mehr-Freiheitsgradsystemen – Behandlung als gekoppeltes System | 121 |
| 3.1 | Freie Schwingungen – Eigenverhalten | 121 |
| 3.1.1 | Eigenschwingungen eines ungedämpften Systems von zwei Freiheitsgraden | 122 |
| 3.1.2 | Eigenschwingungen eines gedämpften Systems | 133 |
| 3.1.3 | Eigenschwingungen eines selbsterregungsfähigen Systems | 143 |
| 3.1.4 | Stabilitätsuntersuchungen mit Hilfe von Beiwertbedingungen oder der Hurwitz-Determinante | 154 |
| 3.2 | Erzwungene Schwingungen von Mehr-Freiheitsgradsystemen – Behandlung im Frequenzbereich | 160 |
| 3.2.1 | Partikuläre und homogene Lösung | 160 |
| 3.2.2 | Harmonische Erregung | 161 |
| 3.2.3 | Übergang auf allgemeine periodische Erregung und transiente Erregung | 173 |
| 3.3 | Behandlung erzwungener Schwingungen durch Lösung des gekoppelten Systems im Zeitbereich | 175 |
| 3.3.1 | Allgemeine Überlegungen zur Integration | 175 |
| 3.3.2 | Vollständige Lösung für das Mehr-Freiheitsgradsystem und Vergleich mit der Duhamel-Lösung des Einmassenschwingers – das Faltungsintegral | 181 |
| | Literaturverzeichnis | 185 |
| 4 | Die modale Analyse bei ungedämpften Strukturen und Strukturen mit Proportionaldämpfung | 187 |
| 4.1 | Die modale Entkopplung des ungedämpften Systems (Typ I) | 189 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4.2 | Die modale Analyse bei Strukturen mit proportionaler Dämpfung (Typ II) | 194 |
| 4.3 | Harmonische Erregung – das Resonanzverhalten proportional gedämpfter Strukturen in modaler Darstellung | 197 |
| 4.4 | Modale Behandlung transienter Vorgänge im Zeitbereich | 205 |
| 4.4.1 | Freie Schwingungen infolge von Anfangsbedingungen | 205 |
| 4.4.2 | Erzwungene Schwingungen | 207 |
| 4.4.3 | Die Response-Spektren-Methode | 213 |
| 4.5 | Anmerkungen zur Proportionaldämpfung | 218 |
| 4.6 | Kriterien für das Weglassen von modalen Freiheitsgraden bei der Integration der Bewegungsgleichungen | 221 |
| | Literaturverzeichnis | 224 |
| 5 | Die modale Analyse bei Systemen mit starker Dämpfung oder Neigung zur Selbsterregung | 225 |
| 5.1 | Modale Zerlegung des stark gedämpften Systems (Typ III) | 226 |
| 5.2 | Modale Zerlegung des allgemeinen mechanischen Systems (Typ IV) | 230 |
| 5.3 | Resonanzverhalten stark gedämpfter und selbsterregungsfähiger Systeme in modaler Darstellung | 237 |
| 5.4 | Modale Behandlung transienter Vorgänge im Zeitbereich | 243 |
| 5.4.1 | Freie Schwingungen infolge von Anfangsbedingungen | 243 |
| 5.4.2 | Erzwungene Schwingungen | 244 |
| 5.5 | Modale Zerlegung bei Doppel-Eigenwerten mit gleichen Eigenvektoren | 248 |
| 5.6 | Erfassung des Einflusses von Parameteränderungen – Sensitivität .. | 250 |
| | Literaturverzeichnis | 257 |
| 6 | Algorithmus zum formalisierten Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichungen von Mehrkörpersystemen | 259 |
| 6.1 | Vorbemerkung | 259 |
| 6.2 | Modellierung eines Personenkraftwagens als ebenes Mehrkörpersystem | 260 |
| 6.3 | Ebene Mehrkörpersysteme | 261 |
| 6.4 | Erfassung der Fußpunktanregung | 278 |
| 6.5 | Einige Hinweise zu räumlichen Systemen | 279 |
| | Literaturverzeichnis | 282 |
| 7 | Die Elementmatrizen von Rotoren, Gyrostaten, vorgespannten Federn und die Behandlung von Zwangsbedingungen | 283 |
| 7.1 | Kinematische Überlegungen | 283 |
| 7.2 | Impulssatz, Drallsatz und Newton-Euler-Gleichungen des bewegten, starren Körpers | 295 |
| 7.3 | Matrizen für die Elemente „Rotor“ und „Gyrostat“ | 302 |

| | | |
|--|---|------------|
| 7.4 | Erweiterung des Prinzips beim Auftreten von kinematischen Zwangsbedingungen und von Anfangslasten | 307 |
| 7.4.1 | Vorbemerkung | 307 |
| 7.4.2 | Ein Prinzip der virtuellen Arbeiten ohne a-priori-Erfüllung der Zwangsbedingungen | 308 |
| 7.4.3 | Prinzip der virtuellen Arbeiten für Schwingungen um einen Bezugsstand (statische Ruhelage) | 312 |
| 7.4.4 | Aufbau des Systems von Bewegungsgleichungen | 319 |
| 7.4.5 | Elementmatrizen und Elementvektoren für Dehnsfedern | 322 |
| 7.4.6 | Ein Beispiel | 327 |
| | Literaturverzeichnis | 330 |
| 8 | Anmerkungen zur numerischen Lösung | 331 |
| 8.1 | Superposition | 332 |
| 8.2 | Lösung linearer Gleichungssysteme | 333 |
| 8.3 | Lösen der Eigenwertprobleme | 336 |
| 8.3.1 | Transformation der allgemeinen in die spezielle Eigenwertaufgabe – statische Kondensation – Shift | 336 |
| 8.3.2 | Einige Eigenschaften der Eigenwertaufgabe | 339 |
| 8.3.3 | Vektoriterationsverfahren | 340 |
| 8.3.4 | Transformationsverfahren | 343 |
| 8.3.5 | Determinantensuchverfahren | 346 |
| 8.3.6 | Bisektionsverfahren | 349 |
| 8.4 | Numerische Integration | 349 |
| | Literaturverzeichnis | 350 |
| Teil II Kontinua und ihre Diskretisierung | | |
| 9 | Analytische Lösungen einfacher schwingender Kontinua | 355 |
| 9.1 | Einleitung | 355 |
| 9.2 | Aufstellung und Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung des schubstarren biegeelastischen Balkens | 356 |
| 9.2.1 | Differentialgleichung, Randbedingungen, Anfangsbedingungen | 356 |
| 9.2.2 | Lösung der Differentialgleichung und Einbau der Randbedingungen | 359 |
| 9.2.3 | Anpassung der Lösung an die Anfangsbedingungen | 365 |
| 9.2.4 | Zusammenfassung | 367 |
| 9.3 | Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung bei harmonischer Erregung – eingeschwungener Zustand | 367 |
| 9.4 | Der biegeelastische Balken mit Zusatzeffekten | 374 |
| 9.4.1 | Elastisch gebetteter Biegebalken | 374 |
| 9.4.2 | Biegebalken mit axialer Normalkraft im Ausgangszustand . | 376 |
| 9.4.3 | Der Biegebalken mit Schubelastizität und Drehträgeit (Timoshenko-Balken) | 378 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 9.4.4 | Eigenfrequenzen des Biegebalkens mit Zusatzeffekten | 381 |
| 9.4.5 | Biegebalken mit Proportionaldämpfung | 384 |
| 9.5 | Ebene Flächentragwerke | 386 |
| 9.5.1 | Bewegungsgleichungen für Scheiben und Platten in kartesischen Koordinaten | 386 |
| 9.5.2 | Bewegungsgleichungen für ebene Flächentragwerke in Polarkoordinaten | 389 |
| 9.5.3 | Anmerkungen zu analytischen Lösungen bei Platten | 391 |
| | Literaturverzeichnis | 392 |
| 10 | Geschlossene Lösung einfacher schwingender Kontinua | 395 |
| 10.1 | Einleitung | 395 |
| 10.2 | Orthogonalitätsbeziehungen für Balken mit einfachen Randbedingungen | 396 |
| 10.3 | Freie Schwingungen: Die Anpassung an die Anfangsbedingungen durch modales Vorgehen | 399 |
| 10.4 | Lösung für allgemeine, transiente Erregung | 401 |
| 10.5 | Harmonische Erregung – Resonanzverhalten in modaler Darstellung | 405 |
| 10.6 | Dämpfungseinfluss | 408 |
| 10.7 | Bilanz zur modalen Betrachtungsweise und Verallgemeinerung | 412 |
| | Literaturverzeichnis | 415 |
| 11 | Das Verfahren der Übertragungsmatrizen | 417 |
| 11.1 | Einleitung | 417 |
| 11.2 | Einige Übertragungsmatrizen | 418 |
| 11.3 | Das Übertragungsschema zur Eigenfrequenz- und Eigenformberechnung | 422 |
| 11.4 | Weiche, steife und starre Zwischenstützen | 428 |
| 11.5 | Erzwungene, periodische Schwingungen | 431 |
| 11.6 | Harmonische Erregung in einer kettenförmigen Struktur mit Grenzen im Unendlichen | 433 |
| 11.7 | Gesamtgleichungssystem und verzweigte Strukturen | 439 |
| 11.8 | Numerische Schwierigkeiten | 442 |
| 11.9 | Vorzüge und Grenzen des Übertragungsmatrizenverfahrens | 444 |
| | Literaturverzeichnis | 445 |
| 12 | Energieformulierungen als Grundlage für Näherungsverfahren | 447 |
| 12.1 | Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für Durchlaufträger und ebene Rahmentragwerke | 449 |
| 12.1.1 | Formulierung des Prinzips der virtuellen Verrückungen | 451 |
| 12.1.2 | Gleichwertigkeit des Prinzips der virtuellen Verrückungen mit den Gleichgewichtsbedingungen | 453 |
| 12.1.3 | Weitere Umformung des PdvV | 455 |
| 12.1.4 | Zulässige Verschiebungszustände | 456 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 12.1.5 | Das Prinzip der virtuellen Verrückungen für ebene Rahmentragwerke | 457 |
| 12.2 | Ableitung der Orthogonalitätsrelation mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen | 458 |
| 12.3 | Prinzip der virtuellen Verrückungen für andere Kontinua | 460 |
| 12.3.1 | Nicht-dünnwandiger, räumlicher Stab mit doppelt- symmetrischem Querschnitt | 460 |
| 12.3.2 | Orthotrope, schubstarre Platte | 465 |
| 12.3.3 | Schubweiche Platte | 466 |
| 12.3.4 | Schubweiche Platte in Polarkoordinaten | 467 |
| 12.3.5 | Andere Kontinua | 468 |
| | Literaturverzeichnis | 469 |
| 13 | Der Rayleigh-Quotient und das Ritz'sche Verfahren | 471 |
| 13.1 | Der Rayleigh-Quotient | 471 |
| 13.1.1 | Definition des Rayleigh-Quotienten | 471 |
| 13.1.2 | Minimaleigenschaft des Rayleigh-Quotienten | 473 |
| 13.1.3 | Rayleigh-Quotient für höhere Eigenfrequenzen | 474 |
| 13.1.4 | Möglichkeiten zur Verbesserung der Ansatzfunktion | 475 |
| 13.2 | Das Ritz'sche Verfahren zur Eigenschwingungsberechnung | 476 |
| 13.2.1 | Grundgedanke des Ritz'schen Verfahrens | 476 |
| 13.2.2 | Beispielrechnung | 478 |
| 13.2.3 | Minimaleigenschaften der mit dem Ritz'schen Verfahren ermittelten Eigenfrequenzen, Genauigkeit und Konvergenzverhalten | 480 |
| | Literaturverzeichnis | 483 |
| 14 | Die Methode der finiten Elemente | 485 |
| 14.1 | Einleitung | 485 |
| 14.2 | Methode der finiten Elemente für Durchlaufträger (Stabzüge) | 487 |
| 14.2.1 | Zerlegung in Einzelemente | 488 |
| 14.2.2 | Behandlung der Einzelemente eines Durchlaufträgers | 490 |
| 14.2.3 | Zusammenbau der Einzelemente zum Gesamtsystem | 495 |
| 14.2.4 | Praktisches Vorgehen zum Aufstellen der Systemmatrizen und -vektoren (Indextafel-Organisation) | 497 |
| 14.2.5 | Schnittkraftermittlung | 501 |
| 14.2.6 | Zusammenfassung | 503 |
| 14.3 | Methode der finiten Elemente für ebene und räumliche Rahmentragwerke | 505 |
| 14.3.1 | Voraussetzungen | 506 |
| 14.3.2 | Elementmatrizen und Elementvektoren | 506 |
| 14.3.3 | Koordinatentransformation | 509 |
| 14.3.4 | Gelenke und Mechanismen, Zwangsbedingungen | 511 |
| 14.4 | Elementmatrizen für Stäbe mit Schubweichheit, Drehmassenbelegung und Vorspannung | 511 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 14.5 | Finite-Elemente-Verfahren für Platten | 514 |
| 14.5.1 | Vorbemerkung | 514 |
| 14.5.2 | Elementmatrizen für schubstarre Platten | 514 |
| 14.5.3 | Elementmatrizen für schubweiche Platten | 521 |
| 14.6 | Finite-Element-Verfahren auf der Grundlage gemischt-hybrider Arbeitsausdrücke | 523 |
| | Literaturverzeichnis | 527 |
| 15 | Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften | 531 |
| 15.1 | Ein einfaches Beispiel | 532 |
| 15.2 | Allgemeine Regel für die Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften bei dreidimensionalen Strukturen | 534 |
| 15.3 | Berechnung der Eigenschwingungen eines Radsatzes bei Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften | 537 |
| | Literaturverzeichnis | 543 |
| 16 | Reduktion der Zahl der Freiheitsgrade | 545 |
| 16.1 | Der Formalismus der Reduktion | 546 |
| 16.2 | Statische Kondensation | 547 |
| 16.3 | Die modale Kondensation unter Verwendung eines benachbarten, konservativen Hilffsystems | 553 |
| 16.4 | Gemischte statische und modale Kondensation zur Beibehaltung wichtiger physikalischer Freiheitsgrade im reduzierten System | 555 |
| 16.5 | Vergleich der drei Reduktionsverfahren | 560 |
| 16.6 | Kondensation bei Systemen mit lokalen Nichtlinearitäten | 561 |
| | Literaturverzeichnis | 562 |
| 17 | Substrukturtechniken | 563 |
| 17.1 | Vorbemerkung | 563 |
| 17.2 | Modale Synthese bei Verwendung von Substrukturen, die an den Koppelstellen gefesselt sind | 567 |
| 17.3 | Modale Synthese bei Verwendung von Substrukturen mit freien Koppelstellen | 576 |
| 17.3.1 | Ein einfaches Beispiel | 577 |
| 17.3.2 | Modale Synthese für unverschiebliche Substrukturen mit freien Koppelstellen | 584 |
| 17.3.3 | Die Modifikation des Verfahrens nach Craig und Chang | 591 |
| 17.4 | Genauigkeit und Konvergenzverhalten bei der modalen Synthese | 592 |
| 17.5 | Übersicht über die modalen Syntheseverfahren | 597 |
| | Literaturverzeichnis | 597 |
| 18 | Bewegungsgleichungen von rotierenden elastischen Strukturen | 599 |
| 18.1 | Bewegungsgleichungen des rotierenden Punktmassenmodells | 600 |
| 18.1.1 | Mechanisches Modell | 600 |
| 18.1.2 | Kinematik des Massenpunktes | 601 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 18.1.3 | Auswertung der Massenterme des Prinzips der virtuellen Verrückungen | 603 |
| 18.1.4 | Gesamtgleichungssystem der rotierenden Punktmassenstruktur | 604 |
| 18.1.5 | Diskussion der Bewegungsgleichungen | 605 |
| 18.2 | Bewegungsgleichungen der rotierenden Struktur mit kontinuierlicher Massenverteilung – konsistente Modellierung . | 606 |
| 18.2.1 | Mechanisches Modell | 607 |
| 18.2.2 | Kinematik des Massenpunktes | 607 |
| 18.2.3 | Auswertung der Massenintegralterme des Prinzips der virtuellen Verrückungen | 609 |
| 18.2.4 | Finite-Elemente-Diskretisierung | 610 |
| 18.2.5 | Gesamtgleichungssystem der rotierenden Struktur | 611 |
| 18.3 | Modale Kondensation zur Reduktion der Zahl der Freiheitsgrade der rotierenden Struktur | 613 |
| 18.4 | Bewegungsgleichungen von gekoppelten rotierenden und nicht rotierenden Strukturen | 613 |
| | Literaturverzeichnis | 614 |
| 19 | Stabilität von periodisch zeitvarianten Systemen – Parametererregung | 615 |
| 19.1 | Vorbetrachtung: Pendel mit bewegtem Aufhängepunkt; Stabilität der Mathieu'schen Differentialgleichung | 616 |
| 19.2 | Parameterresonanzen bei Mehr-Freiheitsgradsystemen | 620 |
| 19.3 | Stabilitätsuntersuchung nach Floquet | 622 |
| 19.4 | Stabilitätsuntersuchung nach Hill | 628 |
| 19.5 | Kleiner Vergleich der Stabilitätsuntersuchungen nach Floquet und Hill | 633 |
| 19.6 | Modale Behandlung linearer periodisch zeitvarianter Bewegungsgleichungen | 635 |
| 19.6.1 | Die Orthogonalitätsbedingung des linearen zeitvarianten Systems und seine Transformation in ein zeitinvariantes entkoppeltes System | 635 |
| 19.6.2 | Der Hill'sche Ansatz für die homogene Lösung des periodisch zeitvarianten Systems und die Fundamentalmatrix | 637 |
| 19.6.3 | Aufbau und Inversion der Transformationsmatrix | 641 |
| 19.6.4 | Ermittlung von erzwungenen Schwingungen auf modalem Weg | 643 |
| 19.6.5 | Direkte Gewinnung der Antwort bei rein harmonischer Erregung | 648 |
| 19.6.6 | Ein technisches Beispiel | 650 |
| | Literaturverzeichnis | 652 |

| | |
|-------------------------|-----|
| Inhaltsverzeichnis | XXV |
| Symbolverzeichnis | 655 |
| Sachverzeichnis | 663 |