

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Einleitung	1
0 Wichtige Formeln, Graphische Darstellungen und Tabellen	3
0.1 Grundformeln der Elementarmathematik	3
0.1.1 Mathematische Konstanten	3
0.1.2 Winkelmessung	5
0.1.3 Flächeninhalt und Umfang ebener Figuren	7
0.1.4 Volumen und Oberflächen von Körpern	11
0.1.5 Volumen und Oberfläche der regulären Polyeder	14
0.1.6 Volumen und Oberfläche der n -dimensionalen Kugel	15
0.1.7 Grundformeln der analytischen Geometrie in der Ebene	16
0.1.8 Grundformeln der analytischen Geometrie des Raumes	26
0.1.9 Potenzen, Wurzeln und Logarithmen	27
0.1.10 Elementare algebraische Formeln	30
0.1.11 Wichtige Ungleichungen	38
0.1.12 Anwendung auf die Planetenbewegung – Triumph der Mathematik im Weltall	43
0.2 Elementare Funktionen und ihre graphische Darstellung	47
0.2.1 Transformation von Funktionen	49
0.2.2 Die lineare Funktion	51
0.2.3 Die quadratische Funktion	51
0.2.4 Die Potenzfunktion	52
0.2.5 Die Eulersche e-Funktion	53
0.2.6 Die Logarithmusfunktion	55
0.2.7 Die allgemeine Exponentialfunktion	56
0.2.8 Die Sinus- und Kosinusfunktion	57
0.2.9 Die Tangens- und Kotangensfunktion	63
0.2.10 Die Hyperbelfunktionen $\sinh x$ und $\cosh x$	66
0.2.11 Die Hyperbelfunktionen $\tanh x$ und $\coth x$	68
0.2.12 Die inversen trigonometrischen Funktionen (zyklometrische Funktionen)	70
0.2.13 Die inversen Hyperbelfunktionen	72
0.2.14 Ganze rationale Funktionen	74
0.2.15 Gebrochen rationale Funktionen	75
0.3 Standardverfahren für Praktiker	79
0.3.1 Die wichtigsten empirischen Daten für eine Messreihe	79
0.3.2 Die theoretische Verteilungsfunktion	81
0.3.3 Das Testen einer Normalverteilung	83
0.3.4 Die statistische Auswertung einer Messreihe	83
0.3.5 Der statistische Vergleich zweier Messreihen	84
0.3.6 Tabellen der mathematischen Statistik	88
0.4 Primzahltafel	102
0.5 Reihen- und Produktformeln	103
0.5.1 Spezielle Reihen	103
0.5.2 Potenzreihen	106
0.5.3 Asymptotische Reihen	117

0.5.4	Fourierreihen	120
0.5.5	Unendliche Produkte	125
0.6	Tabellen zur Differentiation von Funktionen	126
0.6.1	Differentiation der elementaren Funktionen	126
0.6.2	Differentiationsregeln für Funktionen einer Variablen	128
0.6.3	Differentiationsregeln für Funktionen mehrerer Variablen	130
0.7	Tabellen zur Integration von Funktionen	132
0.7.1	Integration der elementaren Funktionen	132
0.7.2	Integrationsregeln	134
0.7.3	Die Integration rationaler Funktionen	137
0.7.4	Wichtige Substitutionen	138
0.7.5	Tabelle unbestimpter Integrale	142
0.7.6	Tabelle bestimmter Integrale	179
0.8	Tabellen zu den Integraltransformationen	185
0.8.1	Fouriertransformation	185
0.8.2	Laplacetransformation	198
0.8.3	Z-Transformation	209
Literatur zu Kapitel 0		213
1	Analysis	215
1.1	Elementare Analysis	216
1.1.1	Reelle Zahlen	216
1.1.2	Komplexe Zahlen	222
1.1.3	Anwendungen auf Schwingungen	228
1.1.4	Das Rechnen mit Gleichungen	229
1.1.5	Das Rechnen mit Ungleichungen	231
1.2	Grenzwerte von Zahlenfolgen	233
1.2.1	Grundideen	233
1.2.2	Die Hilbertsche Axiomatik der reellen Zahlen	234
1.2.3	Reelle Zahlenfolgen	238
1.2.4	Konvergenzkriterien für Zahlenfolgen	241
1.3	Grenzwerte von Funktionen	245
1.3.1	Funktionen einer reellen Variablen	245
1.3.2	Metrische Räume und Punktmengen	250
1.3.3	Funktionen mehrerer reeller Variablen	256
1.4	Differentiation von Funktionen einer reellen Variablen	259
1.4.1	Die Ableitung	259
1.4.2	Die Kettenregel	262
1.4.3	Monotone Funktionen	263
1.4.4	Inverse Funktionen	264
1.4.5	Der Taylorsche Satz und das lokale Verhalten von Funktionen	266
1.4.6	Komplexwertige Funktionen	277
1.5	Differentiation von Funktionen mehrerer reeller Variablen	277
1.5.1	Partielle Ableitungen	277
1.5.2	Die Fréchet-Ableitung	279
1.5.3	Die Kettenregel	282
1.5.4	Anwendung auf die Transformation von Differentialoperatoren	285
1.5.5	Anwendung auf die Abhängigkeit von Funktionen	288
1.5.6	Der Satz über implizite Funktionen	288
1.5.7	Inverse Abbildungen	291
1.5.8	Die n -te Variation und der Taylorsche Satz	293

1.5.9	Anwendungen auf die Fehlerrechnung	294
1.5.10	Das Fréchet-Differential	296
1.6	Integration von Funktionen einer reellen Variablen	308
1.6.1	Grundideen	308
1.6.2	Existenz des Integrals	313
1.6.3	Der Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung	315
1.6.4	Partielle Integration	316
1.6.5	Die Substitutionsregel	317
1.6.6	Integration über unbeschränkte Intervalle	320
1.6.7	Integration unbeschränkter Funktionen	321
1.6.8	Der Cauchysche Hauptwert	322
1.6.9	Anwendung auf die Bogenlänge	322
1.6.10	Eine Standardargumentation in der Physik	323
1.7	Integration von Funktionen mehrerer reeller Variablen	324
1.7.1	Grundideen	325
1.7.2	Existenz des Integrals	333
1.7.3	Rechenregeln	336
1.7.4	Das Prinzip des Cavalieri (iterierte Integration)	338
1.7.5	Die Substitutionsregel	339
1.7.6	Der Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung (Satz von Gauß-Stokes)	340
1.7.7	Das Riemannsche Flächenmaß	347
1.7.8	Partielle Integration	349
1.7.9	Krummlinige Koordinaten	350
1.7.10	Anwendungen auf den Schwerpunkt und das Trägheitsmoment	353
1.7.11	Parameterintegrale	355
1.8	Vektoralgebra	356
1.8.1	Linearkombinationen von Vektoren	357
1.8.2	Koordinatensysteme	358
1.8.3	Multiplikation von Vektoren	361
1.9	Vektoranalysis und physikalische Felder	364
1.9.1	Geschwindigkeit und Beschleunigung	364
1.9.2	Gradient, Divergenz und Rotation	367
1.9.3	Anwendungen auf Deformationen	369
1.9.4	Der Nablkalkül	371
1.9.5	Arbeit, Potential und Kurvenintegrale	374
1.9.6	Anwendungen auf die Erhaltungsgesetze der Mechanik	376
1.9.7	Masseströmungen, Erhaltungsgesetze und der Integralsatz von Gauß	378
1.9.8	Zirkulation, geschlossene Feldlinien und der Integralsatz von Stokes	380
1.9.9	Bestimmung eines Vektorfeldes aus seinen Quellen und Wirbeln	382
1.9.10	Anwendungen auf die Maxwellschen Gleichungen des Elektromagnetismus	383
1.9.11	Der Zusammenhang der klassischen Vektoranalysis mit dem Cartanschen Differentialkalkül	385
1.10	Unendliche Reihen	386
1.10.1	Konvergenzkriterien	387
1.10.2	Das Rechnen mit unendlichen Reihen	389
1.10.3	Potenzreihen	392
1.10.4	Fourierreihen	395
1.10.5	Summation divergenter Reihen	398
1.10.6	Unendliche Produkte	399
1.11	Integraltransformationen	401
1.11.1	Die Laplacetransformation	403
1.11.2	Die Fouriertransformation	408
1.11.3	Die Z-Transformation	414

1.12	Gewöhnliche Differentialgleichungen	418
1.12.1	Einführende Beispiele	418
1.12.2	Grundideen	427
1.12.3	Die Klassifikation von Differentialgleichungen	437
1.12.4	Elementare Lösungsmethoden	447
1.12.5	Anwendungen	463
1.12.6	Lineare Differentialgleichungssysteme und der Propagator	468
1.12.7	Stabilität	471
1.12.8	Randwertaufgaben und die Greensche Funktion	474
1.12.9	Allgemeine Theorie	479
1.13	Partielle Differentialgleichungen	482
1.13.1	Gleichungen erster Ordnung der mathematischen Physik	483
1.13.2	Gleichungen zweiter Ordnung der mathematischen Physik	511
1.13.3	Die Rolle der Charakteristiken	527
1.13.4	Allgemeine Eindeutigkeitsprinzipien	537
1.13.5	Allgemeine Existenzsätze	539
1.14	Komplexe Funktionentheorie	549
1.14.1	Grundideen	550
1.14.2	Komplexe Zahlenfolgen	551
1.14.3	Differentiation	552
1.14.4	Integration	554
1.14.5	Die Sprache der Differentialformen	558
1.14.6	Darstellung von Funktionen	561
1.14.7	Der Residuenkalkül zur Berechnung von Integralen	567
1.14.8	Der Abbildungsgrad	569
1.14.9	Anwendungen auf den Fundamentalsatz der Algebra	570
1.14.10	Biholomorphe Abbildungen und der Riemannsche Abbildungssatz	572
1.14.11	Beispiele für konforme Abbildungen	573
1.14.12	Anwendungen auf harmonische Funktionen	582
1.14.13	Anwendungen in der Hydrodynamik	585
1.14.14	Anwendungen in der Elektrostatik und Magnetostatik	588
1.14.15	Analytische Fortsetzung und das Permanenzprinzip	588
1.14.16	Anwendungen auf die Eulersche Gammafunktion	592
1.14.17	Elliptische Funktionen und elliptische Integrale	594
1.14.18	Modulformen und das Umkehrproblem für die \wp -Funktion	602
1.14.19	Elliptische Integrale	604
1.14.20	Singuläre Differentialgleichungen	613
1.14.21	Anwendungen auf die Gaußsche hypergeometrische Differentialgleichung	614
1.14.22	Anwendungen auf die Besselsche Differentialgleichung	614
1.14.23	Funktionen mehrerer komplexer Variabler	616
	Literatur zu Kapitel 1	618
	Index	621