

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>v</b>
<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>0 Wichtige Formeln, Graphische Darstellungen und Tabellen</b>	<b>3</b>
0.1 Grundformeln der Elementarmathematik . . . . .	3
0.1.1 Mathematische Konstanten . . . . .	3
0.1.2 Winkelmessung . . . . .	5
0.1.3 Flächeninhalt und Umfang ebener Figuren . . . . .	7
0.1.4 Volumen und Oberflächen von Körpern . . . . .	11
0.1.5 Volumen und Oberfläche der regulären Polyeder . . . . .	14
0.1.6 Volumen und Oberfläche der $n$ -dimensionalen Kugel . . . . .	15
0.1.7 Grundformeln der analytischen Geometrie in der Ebene . . . . .	16
0.1.8 Grundformeln der analytischen Geometrie des Raumes . . . . .	26
0.1.9 Potenzen, Wurzeln und Logarithmen . . . . .	27
0.1.10 Elementare algebraische Formeln . . . . .	30
0.1.11 Wichtige Ungleichungen . . . . .	38
0.1.12 Anwendung auf die Planetenbewegung – Triumph der Mathematik im Weltall . . . . .	43
0.2 Elementare Funktionen und ihre graphische Darstellung . . . . .	47
0.2.1 Transformation von Funktionen . . . . .	49
0.2.2 Die lineare Funktion . . . . .	51
0.2.3 Die quadratische Funktion . . . . .	51
0.2.4 Die Potenzfunktion . . . . .	52
0.2.5 Die Eulersche $e$ -Funktion . . . . .	53
0.2.6 Die Logarithmusfunktion . . . . .	55
0.2.7 Die allgemeine Exponentialfunktion . . . . .	56
0.2.8 Die Sinus- und Kosinusfunktion . . . . .	57
0.2.9 Die Tangens- und Kotangensfunktion . . . . .	63
0.2.10 Die Hyperbelfunktionen $\sinh x$ und $\cosh x$ . . . . .	66
0.2.11 Die Hyperbelfunktionen $\tanh x$ und $\coth x$ . . . . .	68
0.2.12 Die inversen trigonometrischen Funktionen (zyklometrische Funktionen) . . . . .	70
0.2.13 Die inversen Hyperbelfunktionen . . . . .	72
0.2.14 Ganze rationale Funktionen . . . . .	74
0.2.15 Gebrochen rationale Funktionen . . . . .	75
0.3 Standardverfahren für Praktiker . . . . .	79
0.3.1 Die wichtigsten empirischen Daten für eine Messreihe . . . . .	79
0.3.2 Die theoretische Verteilungsfunktion . . . . .	81
0.3.3 Das Testen einer Normalverteilung . . . . .	83
0.3.4 Die statistische Auswertung einer Messreihe . . . . .	83
0.3.5 Der statistische Vergleich zweier Messreihen . . . . .	84
0.3.6 Tabellen der mathematischen Statistik . . . . .	88
0.4 Primzahltablelle . . . . .	102
0.5 Reihen- und Produktformeln . . . . .	103
0.5.1 Spezielle Reihen . . . . .	103
0.5.2 Potenzreihen . . . . .	106
0.5.3 Asymptotische Reihen . . . . .	117

0.5.4	Fourierreihen . . . . .	120
0.5.5	Unendliche Produkte . . . . .	125
0.6	Tabellen zur Differentiation von Funktionen . . . . .	126
0.6.1	Differentiation der elementaren Funktionen . . . . .	126
0.6.2	Differentiationsregeln für Funktionen einer Variablen . . . . .	128
0.6.3	Differentiationsregeln für Funktionen mehrerer Variabler . . . . .	130
0.7	Tabellen zur Integration von Funktionen . . . . .	132
0.7.1	Integration der elementaren Funktionen . . . . .	132
0.7.2	Integrationsregeln . . . . .	134
0.7.3	Die Integration rationaler Funktionen . . . . .	137
0.7.4	Wichtige Substitutionen . . . . .	138
0.7.5	Tabelle unbestimmter Integrale . . . . .	142
0.7.6	Tabelle bestimmter Integrale . . . . .	179
0.8	Tabellen zu den Integraltransformationen . . . . .	185
0.8.1	Fouriertransformation . . . . .	185
0.8.2	Laplacetransformation . . . . .	198
0.8.3	Z-Transformation . . . . .	209
	<b>Literatur zu Kapitel 0 . . . . .</b>	<b>213</b>
<b>1</b>	<b>Analysis . . . . .</b>	<b>215</b>
1.1	Elementare Analysis . . . . .	216
1.1.1	Reelle Zahlen . . . . .	216
1.1.2	Komplexe Zahlen . . . . .	222
1.1.3	Anwendungen auf Schwingungen . . . . .	228
1.1.4	Das Rechnen mit Gleichungen . . . . .	229
1.1.5	Das Rechnen mit Ungleichungen . . . . .	231
1.2	Grenzwerte von Zahlenfolgen . . . . .	233
1.2.1	Grundideen . . . . .	233
1.2.2	Die Hilbertsche Axiomatik der reellen Zahlen . . . . .	234
1.2.3	Reelle Zahlenfolgen . . . . .	238
1.2.4	Konvergenzkriterien für Zahlenfolgen . . . . .	241
1.3	Grenzwerte von Funktionen . . . . .	245
1.3.1	Funktionen einer reellen Variablen . . . . .	245
1.3.2	Metrische Räume und Punktmengen . . . . .	250
1.3.3	Funktionen mehrerer reeller Variabler . . . . .	256
1.4	Differentiation von Funktionen einer reellen Variablen . . . . .	259
1.4.1	Die Ableitung . . . . .	259
1.4.2	Die Kettenregel . . . . .	262
1.4.3	Monotone Funktionen . . . . .	263
1.4.4	Inverse Funktionen . . . . .	264
1.4.5	Der Taylorsche Satz und das lokale Verhalten von Funktionen . . . . .	266
1.4.6	Komplexwertige Funktionen . . . . .	277
1.5	Differentiation von Funktionen mehrerer reeller Variabler . . . . .	277
1.5.1	Partielle Ableitungen . . . . .	277
1.5.2	Die Fréchet-Ableitung . . . . .	279
1.5.3	Die Kettenregel . . . . .	282
1.5.4	Anwendung auf die Transformation von Differentialoperatoren . . . . .	285
1.5.5	Anwendung auf die Abhängigkeit von Funktionen . . . . .	288
1.5.6	Der Satz über implizite Funktionen . . . . .	288
1.5.7	Inverse Abbildungen . . . . .	291
1.5.8	Die $n$ -te Variation und der Taylorsche Satz . . . . .	293

1.5.9	Anwendungen auf die Fehlerrechnung	294
1.5.10	Das Fréchet-Differential	296
1.6	Integration von Funktionen einer reellen Variablen	308
1.6.1	Grundideen	308
1.6.2	Existenz des Integrals	313
1.6.3	Der Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung	315
1.6.4	Partielle Integration	316
1.6.5	Die Substitutionsregel	317
1.6.6	Integration über unbeschränkte Intervalle	320
1.6.7	Integration unbeschränkter Funktionen	321
1.6.8	Der Cauchysche Hauptwert	322
1.6.9	Anwendung auf die Bogenlänge	322
1.6.10	Eine Standardargumentation in der Physik	323
1.7	Integration von Funktionen mehrerer reeller Variabler	324
1.7.1	Grundideen	325
1.7.2	Existenz des Integrals	333
1.7.3	Rechenregeln	336
1.7.4	Das Prinzip des Cavalieri (iterierte Integration)	338
1.7.5	Die Substitutionsregel	339
1.7.6	Der Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung (Satz von Gauß-Stokes)	340
1.7.7	Das Riemannsches Flächenmaß	347
1.7.8	Partielle Integration	349
1.7.9	Krummlinige Koordinaten	350
1.7.10	Anwendungen auf den Schwerpunkt und das Trägheitsmoment	353
1.7.11	Parameterintegrale	355
1.8	Vektoralgebra	356
1.8.1	Linearkombinationen von Vektoren	357
1.8.2	Koordinatensysteme	358
1.8.3	Multiplikation von Vektoren	361
1.9	Vektoranalysis und physikalische Felder	364
1.9.1	Geschwindigkeit und Beschleunigung	364
1.9.2	Gradient, Divergenz und Rotation	367
1.9.3	Anwendungen auf Deformationen	369
1.9.4	Der Nablakalkül	371
1.9.5	Arbeit, Potential und Kurvenintegrale	374
1.9.6	Anwendungen auf die Erhaltungsgesetze der Mechanik	376
1.9.7	Masseströmungen, Erhaltungsgesetze und der Integralsatz von Gauß	378
1.9.8	Zirkulation, geschlossene Feldlinien und der Integralsatz von Stokes	380
1.9.9	Bestimmung eines Vektorfeldes aus seinen Quellen und Wirbeln	382
1.9.10	Anwendungen auf die Maxwell'schen Gleichungen des Elektromagnetismus	383
1.9.11	Der Zusammenhang der klassischen Vektoranalysis mit dem Cartanschen Differentialkalkül	385
1.10	Unendliche Reihen	386
1.10.1	Konvergenzkriterien	387
1.10.2	Das Rechnen mit unendlichen Reihen	389
1.10.3	Potenzreihen	392
1.10.4	Fourierreihen	395
1.10.5	Summation divergenter Reihen	398
1.10.6	Unendliche Produkte	399
1.11	Integraltransformationen	401
1.11.1	Die Laplacetransformation	403
1.11.2	Die Fouriertransformation	408
1.11.3	Die Z-Transformation	414

1.12	Gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .	418
1.12.1	Einführende Beispiele . . . . .	418
1.12.2	Grundideen . . . . .	427
1.12.3	Die Klassifikation von Differentialgleichungen . . . . .	437
1.12.4	Elementare Lösungsmethoden . . . . .	447
1.12.5	Anwendungen . . . . .	463
1.12.6	Lineare Differentialgleichungssysteme und der Propagator . . . . .	468
1.12.7	Stabilität . . . . .	471
1.12.8	Randwertaufgaben und die Greensche Funktion . . . . .	474
1.12.9	Allgemeine Theorie . . . . .	479
1.13	Partielle Differentialgleichungen . . . . .	482
1.13.1	Gleichungen erster Ordnung der mathematischen Physik . . . . .	483
1.13.2	Gleichungen zweiter Ordnung der mathematischen Physik . . . . .	511
1.13.3	Die Rolle der Charakteristiken . . . . .	527
1.13.4	Allgemeine Eindeutigkeitsprinzipien . . . . .	537
1.13.5	Allgemeine Existenzsätze . . . . .	539
1.14	Komplexe Funktionentheorie . . . . .	549
1.14.1	Grundideen . . . . .	550
1.14.2	Komplexe Zahlenfolgen . . . . .	551
1.14.3	Differentiation . . . . .	552
1.14.4	Integration . . . . .	554
1.14.5	Die Sprache der Differentialformen . . . . .	558
1.14.6	Darstellung von Funktionen . . . . .	561
1.14.7	Der Residuenkalkül zur Berechnung von Integralen . . . . .	567
1.14.8	Der Abbildungsgrad . . . . .	569
1.14.9	Anwendungen auf den Fundamentalsatz der Algebra . . . . .	570
1.14.10	Biholomorphe Abbildungen und der Riemannsche Abbildungssatz . . . . .	572
1.14.11	Beispiele für konforme Abbildungen . . . . .	573
1.14.12	Anwendungen auf harmonische Funktionen . . . . .	582
1.14.13	Anwendungen in der Hydrodynamik . . . . .	585
1.14.14	Anwendungen in der Elektrostatik und Magnetostatik . . . . .	588
1.14.15	Analytische Fortsetzung und das Permanenzprinzip . . . . .	588
1.14.16	Anwendungen auf die Eulersche Gammafunktion . . . . .	592
1.14.17	Elliptische Funktionen und elliptische Integrale . . . . .	594
1.14.18	Modulformen und das Umkehrproblem für die $\wp$ -Funktion . . . . .	602
1.14.19	Elliptische Integrale . . . . .	604
1.14.20	Singuläre Differentialgleichungen . . . . .	613
1.14.21	Anwendungen auf die Gaußsche hypergeometrische Differentialgleichung . . . . .	614
1.14.22	Anwendungen auf die Besselsche Differentialgleichung . . . . .	614
1.14.23	Funktionen mehrerer komplexer Variabler . . . . .	616
	Literatur zu Kapitel 1 . . . . .	618
	<b>Index</b> . . . . .	<b>621</b>