

# Inhaltsverzeichnis

|  |             |
|--|-------------|
| <b>Vorwort zur 1. Auflage – Band 1</b>   | <b>ix</b>   |
| <b>Vorwort zur 2. Auflage – Band 1</b>   | <b>xiii</b> |
| <b>Historische Einführung in die Thematik</b>  | <b>xv</b>   |
| <b>1 Geometrische Objekte im <math>n</math>-dimensionalen Raum</b>   | <b>1</b>    |
| 1.1 Tensoren, Spinoren und Bispinoren als geometrische Objekte . . . . .   | 1           |
| 1.1.1 $n$ -dimensionaler Raum . . . . .  | 1           |
| 1.1.2 Tensoren, Spinoren und Bispinoren allgemein . . . . .  | 4           |
| 1.2 Tensoren in physikalischer Sicht . . . . .   | 20          |
| 1.2.1 Persönliche Vorbemerkungen zu Begriffsbildungen in der Geometrie . . . . .   | 20          |
| 1.2.2 Tensorielle Basisvektoren, metrischer Tensor und Tetraden . .  | 22          |
| 1.2.3 Kovariantes Differential und kovariante Ableitung geometrischer Objekte sowie infinitesimale Übertragung geometrischer Objekte . . . . .                           | 32          |
| 1.2.4 Systematik der Tensorübertragungen und verschiedene Geometrien . . . . .   | 35          |
| 1.2.5 Cartan-Krümmungstensor und Riemann-Krümmungstensor . .   | 51          |
| 1.2.6 Parallelität geometrischer Objekte und Geodäzität . . . . .  | 60          |
| 1.2.7 Echte Tensoren und Pseudotensoren, Levi-Civita-Symbol, Levi-Civitascher Pseudotensor, Dualtensoren, Volumelement und Formeln zur metrischen Determinante . . . . . | 67          |
| 1.2.8 Tensordichten . . . . .  | 81          |
| 1.2.9 Die Integralsätze . . . . .  | 84          |
| 1.3 Spinoren und Bispinoren . . . . .  | 90          |
| 1.3.1 Spinorielle Basisvektoren, metrischer Spinor, metrischer Spintensor und metrischer Bispintensor . . . . .  | 90          |
| 1.3.2 Systematik der Spinorübertragungen . . . . .   | 96          |
| 1.3.3 Systematik der Bispinorübertragungen . . . . .   | 109         |
| 1.3.4 Krümmungs-Spintensor und Riemannscher Krümmungs-Spintensor . . . . .   | 112         |
| 1.3.5 Krümmungs-Bispintensor . . . . .   | 119         |

|   |            |
|---|------------|
| <b>2 Invarianz und lokale Erhaltung</b>   | <b>121</b> |
| 2.1 Variationen . . . . .   | 121        |
| 2.1.1 Infinitesimale Transformationen und Variationen der Feldfunktionen . . . . .  | 121        |
| 2.1.2 Integralvariation . . . . .   | 129        |
| 2.2 Hamilton-Prinzip und Lagrange-Formalismus . . . . .   | 134        |
| 2.2.1 Hamilton-Prinzip . . . . .  | 134        |
| 2.2.2 Lagrange-Formalismus . . . . .  | 134        |
| 2.3 Noether-Theorem und lokale Erhaltung . . . . .  | 136        |
| 2.3.1 Symmetrie und Noether-Theorem . . . . .   | 136        |
| 2.3.2 Kovariante Form der Feldgleichungen des nichtmetrischen Feldes unter Benutzung der Riemannschen kovarianten Ableitung . . . . .       | 145        |
| 2.3.3 Gruppentheoretische Untersuchung der geometrischen Objekte  | 150        |
| <b>3 Physik in der 4-dimensionalen Raum-Zeit</b>  | <b>155</b> |
| 3.1 Grundlagen der Raum-Zeit . . . . .  | 155        |
| 3.1.1 Gekrümmte Raum-Zeit, Koordinatensysteme und Lichtkegel .  | 155        |
| 3.1.2 Bezugssystem, räumlicher Abstand und zeitliches Intervall, Gleichzeitigkeit im Infinitesimalen sowie Signatur der Raum-Zeit . . . . . | 160        |
| 3.1.3 Zeitorthogonale Koordinaten und Gaußsche Koordinaten .  | 170        |
| 3.2 Tensoren, Spinoren und Bispinoren in der Raum-Zeit . . . . .  | 173        |
| 3.2.1 Anzahl der unabhängigen Komponenten der Tensoren in der Raum-Zeit . . . . .   | 173        |
| 3.2.2 Metrische Spintensoren (verallgemeinerte Pauli-Matrizen) in der Raum-Zeit . . . . .   | 175        |
| 3.2.3 Metrische Bispintensoren (verallgemeinerte Dirac-Matrizen) .  | 178        |
| 3.2.4 Gegenseitige Abbildungsbeziehungen zwischen Spinoren und Tensoren in der Raum-Zeit . . . . .  | 184        |
| 3.2.5 Tensoriell-spinorielle Krümmungsbeziehungen in der Raum-Zeit . . . . .  | 185        |
| <b>4 Allgemein-relativistische Grundgesetze der Physik in der Raum-Zeit</b>   | <b>193</b> |
| 4.1 Relativitätstheorie als Metatheorie . . . . .   | 193        |
| 4.1.1 Einführende Hinweise . . . . .  | 193        |
| 4.1.2 Spezielle Relativitätstheorie . . . . .   | 193        |
| 4.1.3 Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie . . . . .  | 202        |
| 4.2 Allgemein-relativistische klassische Basistheorien der Physik . . . . .   | 205        |
| 4.2.1 Allgemein-relativistische Einsteinsche Theorie der Gravitation  | 205        |
| 4.2.2 Allgemein-relativistische Maxwellsche Theorie des Elektromagnetismus . . . . .  | 206        |
| 4.2.3 Allgemein-relativistische Kontinuumsmechanik . . . . .  | 207        |
| 4.2.4 Allgemein-relativistische Punktmechanik . . . . .   | 210        |
| 4.2.5 Lie-Ableitung, Lie-Transport, Killing-Gleichung und isometrische Transformation . . . . .   | 211        |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 4.3   | Integrale Bilanz und Erhaltung . . . . .  | 214 |
| 4.3.1 | Situation in der ungekrümmten Raum-Zeit . . . . .   | 214 |
| 4.3.2 | Situation in der gekrümmten Raum-Zeit . . . . .   | 220 |
| 4.4   | Physikalische Geometrie der Raum-Zeit . . . . .   | 226 |
| 4.4.1 | Aufspaltung der Raum-Zeit in physikalischen Ortsraum und physikalische Zeit . . . . .   | 227 |
| 4.4.2 | Projektive partielle und projektive kovariante Ableitung . . .  | 231 |
| 4.4.3 | Frame-kovariante Aufspaltung physikalischer Grundgesetze .  | 236 |
| 4.5   | Allgemein-relativistische klassisch-quantentheoretische Basistheorien der Physik . . . . .  | 253 |
| 4.5.1 | Allgemein-relativistische Klein-Gordon-Theorie des skalaren (spinlosen) Klein-Gordon-Teilchens . . . . .  | 254 |
| 4.5.2 | Allgemein-relativistische Dirac-Theorie des Diracschen Spinteilchens (Elektron-Positron) . . . . .  | 257 |
| 4.5.3 | Allgemein-relativistische Weyl-Theorie des Weylschen Spinteilchens (Beschreibungsversuch für das ruhmasselose Neutrino)                               | 263 |
| 4.5.4 | Modell einer allgemein-relativistischen nichtlinearen Bispinortheorie mit Strukturideen aus der Heisenbergschen Urmaterie-Gleichung . . . . .         | 266 |
| 4.5.5 | Transformationsverhalten spinorieller Theorien . . . . .  | 269 |
| 4.6   | Transformation von Spinoren und Bispinoren . . . . .  | 273 |
| 4.6.1 | Rückblick . . . . .   | 273 |
| 4.6.2 | Situation in der Speziellen Relativitätstheorie . . . . .   | 274 |
| 4.6.3 | Situation in der Allgemeinen Relativitätstheorie . . . . .  | 275 |
| 4.7   | Anwendung des Hamilton-Lagrange-Apparates und des Noether-Theorems auf die tensoriellen Feldgleichungen und Bewegungsgleichungen der Physik . . . . . | 277 |
| 4.7.1 | Herleitung der Einsteinschen Feldgleichungen aus dem Hamilton-Lagrange-Apparat (ohne kosmologisches Glied: $(\lambda_c = 0)$ . . . . .                | 277 |
| 4.7.2 | Einsteinsche Gravitationstheorie und Noether-Theorem . . . .  | 289 |
| 4.7.3 | Identität des symmetrischen Energietensors mit dem Belinfanteschen Energietensor . . . . .  | 298 |
| 4.7.4 | Anwendung auf ein aus Gravitationsfeld, Maxwell-Feld und Klein-Gordon-Feld bestehendes System . . . . .   | 299 |
| 4.7.5 | Anwendung auf die nichtrelativistische Punktmechanik . . . .  | 302 |
| 4.7.6 | Anwendung auf die relativistische Punktmechanik . . . . .   | 309 |
| 4.7.7 | Problematik der Erhaltung von Energie, Impuls, Drehimpuls und Schwerpunkt in der Allgemeinen Relativitätstheorie . . . .                              | 322 |
| 4.8   | Über das Noether-Theorem bei spinoriellen Feldtheorien . . . . .  | 331 |
| 4.8.1 | Allgemeine Theorie . . . . .  | 331 |
| 4.8.2 | Anwendung auf ein aus Gravitationsfeld, Maxwell-Feld und Spinorfeld bestehendes System . . . . .  | 345 |
| 4.9   | Skizze der Thermodynamik (Formelfundus) . . . . .   | 355 |
| 4.9.1 | Anmerkung zur Wärmelehre und Thermodynamik . . . . .  | 355 |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4.9.2    | Wichtiger Formelfundus für die Durchführung späterer Rechnungen  | 356        |
| 4.10     | Skizze einiger fundamentaler Bewegungsgleichungen  | 359        |
| 4.10.1   | Schrödinger-Gleichung  | 359        |
| 4.10.2   | Klein-Gordon-Gleichung   | 361        |
| 4.10.3   | Dirac-Gleichung des Elektrons/Positrons in der Rauin-Zeit  | 365        |
| <b>5</b> | <b>Projektive Einheitliche Feldtheorie im 5-dimensionalen Raum und deren Projektion in die Raum-Zeit – Modell für eine 5-dimensionale Physik</b> | <b>367</b> |
| 5.1      | Programm für eine einheitliche Feldtheorie der Physik und seine Realisierungsversuche  | 367        |
| 5.1.1    | Idee einer einheitlichen Feldtheorie der Physik  | 367        |
| 5.1.2    | Einheitliche Feldtheorien auf der Basis einer 4-dimensionalen Raum-Zeit mit anderen Geometrien   | 368        |
| 5.1.3    | Feldtheorien vom Kaluza-Klein-Typ und andere Theorienvarianten   | 369        |
| 5.1.4    | Projektiv-relativistische Feldtheorien im 5-dimensionalen Projektiven Raum   | 371        |
| 5.2      | Projektiver Raum und Raum-Zeit   | 372        |
| 5.2.1    | Homogene 5-dimensionale Koordinaten, 5-dimensionales Basisvektorsystem, Theorie der Projektoren und Projektiver Raum                             | 372        |
| 5.2.2    | Projektionsformalismus als Verbindungsglied zwischen dem Projektiven Raum und der Raum-Zeit  | 382        |
| 5.3      | Affinitäten und Krümmungsgrößen  | 388        |
| 5.3.1    | Berechnung der 5-dimensionalen Affinitäten   | 388        |
| 5.3.2    | Zwei wichtige Sätze über die Projektion der kovarianten Ableitungen und der Krümmungstensoren  | 391        |
| 5.3.3    | Projektion weiterer Krümmungsgrößen  | 392        |
| 5.4      | Projektion der Gleichung der Geodäten und der Geradesten   | 395        |
| 5.4.1    | Geodäte  | 395        |
| 5.4.2    | Geradeste (Autoparallele)  | 396        |
| 5.5      | Hamilton-Lagrange-Formalismus, Feldgleichungen und lokale Erhaltungssätze im Projektiven Raum und in der Raum-Zeit                               | 396        |
| 5.5.1    | Hamilton-Lagrange-Formalismus im Projektiven Raum  | 396        |
| 5.5.2    | Projektion der 5-dimensionalen Feldgleichung und der zyklischen Gleichung in die Raum-Zeit   | 401        |
| 5.5.3    | Projektion des 5-dimensionalen Erhaltungssatzes in die Raum-Zeit   | 407        |
| 5.5.4    | Physikalische Interpretation der 4-dimensionalen geometrischen Strukturen  | 409        |
| 5.5.5    | Hamilton-Lagrange-Formalismus in der Raum-Zeit   | 415        |
| 5.5.6    | Verschiedene Varianten von Feldgleichungen im Projektiven Raum   | 424        |
| 5.5.7    | Gruppentheoretische Äquivalenz von Transformationen im 5-dimensionalen Raum und in der Raum-Zeit hinsichtlich Gravitation und Elektromagnetismus | 426        |

---

|   |            |
|---|------------|
| 5.5.8 Aspekte zum Kaluza-Kleinschen und projektiv-relativistischen Zugang zur einheitlichen Feldtheorie . . . . . | 431        |
| <b>Literaturverzeichnis</b>   | <b>437</b> |
| <b>Namen- und Sachverzeichnis</b>   | <b>441</b> |