

Inhaltsverzeichnis

1 Signale	1
1.1 Charakterisierung von Signalen	1
1.2 Häufig verwendete Testsignale	8
Literaturverzeichnis	16
2 Signalräume und diskrete Signaldarstellungen	17
2.1 Signalräume	17
2.1.1 Vektorräume	17
2.1.2 Metrische Räume	20
2.1.3 Normierte Räume	23
2.1.4 Räume mit Skalarprodukt	27
2.2 Orthogonalreihen	32
2.2.1 Berechnung der Koeffizienten	32
2.2.2 Orthogonale Projektion	33
2.2.3 Gram-Schmidt-Orthonormalisierungsverfahren	34
2.2.4 Die Parseval'sche Gleichung	35
2.2.5 Vollständige orthonormale Funktionensysteme	36
2.2.6 Die Fourier-Reihenentwicklung	37
2.3 Allgemeine Reihenentwicklungen	38
2.3.1 Berechnung der Koeffizienten	39
2.3.2 Orthogonale Projektion	43
2.3.3 Orthogonale Projektion von N-Tupeln	44
Literaturverzeichnis	46
3 Zeitkontinuierliche Signale und Systeme	47
3.1 Beschreibung linearer zeitinvarianter Systeme im Zeitbereich	47
3.1.1 Impulsantwort, Faltung und Sprungantwort	48
3.1.2 Impulsantworten ausgewählter LTI-Systeme	52
3.1.3 Stabilität von LTI-Systemen	54
3.1.4 Systemantwort auf Exponentialfunktionen	54
3.2 Die Fourier-Transformation	57
3.2.1 Definition	57
3.2.2 Beispiele für die direkte Auswertung des Fourier-Integrals	59
3.2.3 Symmetrien der Fourier-Transformation	60
3.2.4 Weitere Eigenschaften der Fourier-Transformation	63

3.2.5	Einige spezielle Fourier-Korrespondenzen	69
3.2.6	Die Parseval'sche Gleichung	71
3.2.7	Fourier-Transformation periodischer Signale	72
3.2.8	Fourier-Transformation der Dirac-Impulsfolge	72
3.2.9	Die Poisson'sche Summenformel	74
3.2.10	Zeit- und bandbegrenzte Signale	75
3.2.11	Das Gibbs'sche Phänomen	76
3.3	Energiedichte und Korrelation	76
3.3.1	Definition und Eigenschaften	76
3.3.2	Energiedichte und Korrelation bei der Übertragung durch LTI-Systeme	79
3.4	Frequenzbereichsanalyse von LTI-Systemen	80
3.4.1	Betrag, Phase und Gruppenlaufzeit	80
3.4.2	Ideale und reale Filter	81
3.5	Die Hilbert-Transformation	83
3.6	Kausale Signale und die Hilbert-Transformation	86
3.7	Repräsentation von Bandpasssignalen	87
	Literaturverzeichnis	94
4	Diskrete Signale und Systeme	95
4.1	Abtastung zeitkontinuierlicher Signale	95
4.2	Eingangs-Ausgangs-Beziehungen diskreter LTI-Systeme	103
4.2.1	Impulsantwort, Faltung und Sprungantwort	104
4.2.2	FIR-Filter	105
4.2.3	Rekursive Filter	107
4.2.4	Antwort diskreter LTI-Systeme auf Exponentialfolgen	110
4.3	Die zeitdiskrete Fourier-Transformation	113
4.3.1	Definition und Konvergenz	113
4.3.2	Eigenschaften der zeitdiskreten Fourier-Transformation	114
4.3.3	Zeitdiskrete Fourier-Transformation sinusförmiger Signale	117
4.4	Korrelation und Energiedichte	117
4.5	Die Z-Transformation	119
4.5.1	Definition und Konvergenzeigenschaften	119
4.5.2	Die inverse Z-Transformation	122
4.5.3	Eigenschaften der Z-Transformation	124
4.6	Analyse diskreter LTI-Systeme	129
4.6.1	Pole und Nullstellen von FIR-Filtern	129
4.6.2	FIR-Filter mit linearer Phase	134
4.6.3	Entwurf von FIR-Filtern mit der Fenstertechnik	135
4.6.4	Pole und Nullstellen von rekursiven Filtern	141
4.6.5	Bestimmung der Impulsantwort eines rekursiven Filters	143
4.6.6	Stabilität diskreter Systeme	146
4.6.7	Minimalphasigkeit	149
4.6.8	Allpass-Filter	151
4.6.9	Entfaltung	152

4.6.10 Faktorisierung von rekursiven Systemen	153
4.7 Die Chirp-Z-Transformation	154
4.8 Zeitdiskrete Verarbeitung kontinuierlicher Signale	156
Literaturverzeichnis	158
5 Diskrete Blocktransformationen	159
5.1 Die diskrete Fourier-Transformation (DFT)	159
5.2 Die schnelle Fourier-Transformation	166
5.2.1 Radix-2-Decimation-in-Time-FFT	166
5.2.2 Radix-2-Decimation-in-Frequency-FFT	169
5.2.3 Radix-4-FFT	170
5.2.4 Split-Radix-FFT	171
5.2.5 Weitere FFT-Algorithmen	172
5.3 Die schnelle Faltung auf Basis der FFT	174
5.4 Die diskrete Kosinustransformation	175
5.5 Die diskrete Hartley-Transformation	178
5.6 Hadamard- und Walsh-Hadamard-Transformation	180
Literaturverzeichnis	181
6 Charakterisierung und Transformation von Zufallsprozessen	183
6.1 Eigenschaften von Zufallsvariablen	183
6.2 Zeitkontinuierliche Zufallsprozesse	187
6.2.1 Korrelationsfunktionen und Stationarität	187
6.2.2 Spektrale Leistungsdichte	190
6.2.3 Transformation stochastischer Prozesse durch lineare Systeme	192
6.2.4 Suchfilter (Matched-Filter)	193
6.2.5 Stationäre Bandpassprozesse	194
6.3 Die zeitkontinuierliche Karhunen-Loève-Transformation	197
6.4 Zeitdiskrete Zufallsprozesse	200
6.4.1 Korrelation und Leistungsdichte	201
6.4.2 Transformation zeitdiskreter Zufallsprozesse durch lineare Systeme	202
6.4.3 Korrelationsmatrizen	203
6.4.4 Schätzung von Autokorrelationsfolgen und Leistungsdichtespektron	205
6.5 Die diskrete Karhunen-Loève-Transformation	207
6.6 Karhunen-Loève-Transformation reellwertiger AR(1)-Prozesse	210
6.7 Whitening-Transformation	212
6.8 Independent Component Analysis	214
Literaturverzeichnis	218
7 Multiratensysteme	219
7.1 Grundlegende Multiraten-Operationen	220
7.1.1 Filterung und Abtastratenumsetzung	220
7.1.2 Polyphasenzerlegung	222

7.1.3	Multiraten-Identitäten	224
7.1.4	Polyphasen-Interpolation und Dezimation	225
7.2	Zwei-Kanal-Filterbänke	228
7.2.1	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang	228
7.2.2	Quadratur-Spiegel-Filter	229
7.2.3	Perfekt rekonstruierende Zwei-Kanal-Filterbänke	230
7.2.4	Polyphasendarstellung perfekt rekonstruierender Zwei-Kanal-Filterbänke	232
7.2.5	Paraunitäre Zwei-Kanal-Filterbänke	235
7.2.6	Paraunitäre Filterbank in Lattice-Struktur	239
7.2.7	Lifting-Strukturen	241
7.3	Filterbänke in Baumstruktur	242
7.4	Gleichförmige M-Kanal-Filterbänke	245
7.4.1	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang gleichförmiger M-Kanal-Filterbänke	245
7.4.2	Polyphasendarstellung	247
7.4.3	Paraunitäre Filterbänke	249
7.4.4	Entwurf kritisch abgetasteter FIR-Filterbänke	250
7.5	DFT-Filterbänke	251
7.6	Kosinus-modulierte Filterbänke	254
7.6.1	Die modulierte überlappende Transformation	254
7.6.2	Kosinus-modulierte Filterbänke mit kritischer Abtastung	258
7.6.3	Überabgetastete kosinus-modulierte Filterbänke	262
7.6.4	Pseudo-QMF-Bänke	263
7.7	Überlappende orthogonale Transformationen	264
7.8	Analyse von Filterbank-Eigenschaften	266
7.8.1	Frame-Analyse	266
7.8.2	Bifrequenzanalyse	268
7.9	Beschreibung von Zufallsprozessen in Multiratensystemen	270
7.9.1	Spektren stationärer und instationärer Prozesse	270
7.9.2	Effekte der Abtastratenumsetzung	272
7.9.3	Signalstatistik in gleichförmigen Filterbänken	273
7.10	Teilbandzerlegung endlich langer Signale	276
7.11	Teilbandcodierung von Bildern	279
7.12	Transmultiplexer-Filterbänke	280
	Literaturverzeichnis	282
8	Kurzzeit-Fourier-Transformation	285
8.1	Transformation analoger Signale	285
8.1.1	Definition	285
8.1.2	Zeit-Frequenz-Auflösung	286
8.1.3	Die Unschärferelation	288
8.1.4	Das Spektrogramm	290
8.1.5	Rücktransformation	292
8.2	Transformation zeitdiskreter Signale	293

8.3 Die schnelle Faltung mittels der STFT	297
8.4 Spektrale Subtraktion auf Basis der STFT	298
Literaturverzeichnis	300
9 Die Wavelet-Transformation	301
9.1 Die zeitkontinuierliche Wavelet-Transformation	301
9.2 Wavelets für die Zeit-Skalen-Analyse	305
9.3 Integrale Rücktransformation und Energieerhaltung	307
9.4 Wavelet-Reihen	309
9.4.1 Dyadische Abtastung	309
9.4.2 Erhöhung der Frequenzauflösung durch die Aufteilung von Oktaven	311
9.5 Die diskrete Wavelet-Transformation	313
9.5.1 Das Konzept der Mehrfach-Auflösung	313
9.5.2 Signalanalyse durch Multiraten-Filterung	319
9.5.3 Wavelet-Synthese durch Multiraten-Filterung	320
9.5.4 Eigenschaften der diskreten Filter	322
9.6 Konstruktion von Wavelets durch Vorgabe von Filterkoeffizienten	323
9.6.1 Die allgemeine Vorgehensweise	323
9.6.2 Momente	329
9.6.3 Regularität	331
9.6.4 Wavelets mit endlicher Zeitdauer	331
9.7 Wavelet-Familien	332
9.7.1 Biorthogonale linearphasige Wavelets	332
9.7.2 Orthonormale Daubechies-Wavelets	337
9.7.3 Coiflets	338
9.8 Wavelet-Transformation zeitdiskreter Signale	340
9.8.1 Der A-Trous-Algorithmus	341
9.8.2 Zeitdiskretes Morlet-Wavelet	345
9.9 Die Dual-Tree-Wavelet-Transformation	346
9.10 Wavelet-basierte Bildkompression	347
9.11 Spärliche Wavelet-Repräsentationen und ihre Anwendungen	348
9.11.1 Erzeugung spärlicher Repräsentationen	349
9.11.2 Wavelet-basierte Rauschreduktion	351
9.11.3 Komprimierte Abtastung	352
Literaturverzeichnis	353
10 Zeit-Frequenz-Verteilungen	355
10.1 Ambiguitätfunktion	355
10.2 Wigner-Verteilung	359
10.2.1 Definition und Eigenschaften	359
10.2.2 Beispiele von Zeit-Frequenz-Verteilungen	362
10.2.3 Kreuzterme und Kreuz-Wigner-Verteilungen	364
10.2.4 Einfluss linearer Operationen	366
10.3 Allgemeine Zeit-Frequenz-Verteilungen	368

10.3.1 Verschiebungsinvariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	369
10.3.2 Beispiele verschiebungsinvarianter Zeit-Frequenz-Verteilungen	371
10.3.3 Affin-invariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	376
10.3.4 Zeitdiskrete Berechnung von Zeit-Frequenz-Verteilungen	377
10.4 Wigner-Ville-Spektrum	379
Literaturverzeichnis	384
11 Parameter- und Signalschätzung	385
11.1 Prinzipien der Parameterschätzung	385
11.1.1 Maximum-a-posteriori-Schätzung	385
11.1.2 Maximum-Likelihood-Schätzung	388
11.1.3 Schätzung mit minimalem quadratischen Fehler	390
11.1.4 Eigenschaften von Schätzverfahren	390
11.2 Lineare Parameterschätzung	391
11.2.1 Lineare erwartungstreue Schätzungen	391
11.2.2 Lineare Schätzungen mit minimalem mittleren quadratischen Fehler (MMSE-Schätzer)	395
11.3 Lineare Optimalfilter	401
11.3.1 Wiener-Filter ohne Einschränkung der Filterlänge	401
11.3.2 Wiener-Filter mit endlicher Länge	404
11.3.3 Lineare Prädiktion um einen Schritt	407
11.3.4 Prädiktorentwurf auf Basis endlicher Datenmengen	411
11.4 Mehrkanalige Optimalfilter	413
11.4.1 Beschreibung der mehrkanaligen Filterung	414
11.4.2 Das MINT-Theorem	417
11.4.3 Mehrkanalige lineare Optimalfilter	419
11.4.4 Blinde Quellentrennung	422
Literaturverzeichnis	424
Anhang	425
A.1 Mathematische Methoden für die Verarbeitung von N-Tupeln	425
A.1.1 QR-Zerlegung	425
A.1.2 Die Moore-Penrose-Pseudoinverse	426
A.1.3 Der Nullraum	428
A.1.4 Householder-Transformationen	429
A.1.5 Givens-Rotationen	432
A.2 Multivariate Gaußprozesse	434
Literaturverzeichnis	437
A.3 Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen	438
A.4 Korrespondenztabellen	439
Sachverzeichnis	441