

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort zur 2. Auflage .....</b>	<b>v</b>
<b>Vorwort.....</b>	<b>vii</b>
<b>Inhaltsverzeichnis .....</b>	<b>xiii</b>
<b>Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>xx</b>
<b>Verzeichnis von Modellbeispielen .....</b>	<b>xxi</b>
<b>1 Einführung: Modelle, Modellbildung und Optimierung .....</b>	<b>1</b>
1.1 Was ist gemischt-ganzzahlige Optimierung?.....	1
1.2 Zur Geschichte der gemischt-ganzzahligen Optimierung .....	3
1.3 Zur Bedeutung von Modellen.....	6
1.4 Die Kunst der Modellierung .....	9
1.5 Variablen, Indizes und Indexmengen .....	10
1.6 Nebenbedingungen, Beschränkungen, Constraints .....	13
1.7 Die Zielfunktion .....	13
1.8 Definition gemischt-ganzzahliger Optimierungsprobleme.....	14
1.9 Konventionen und Abkürzungen .....	16
<b>2 Einführende motivierende Beispiele.....</b>	<b>19</b>
2.1 Beispiel: Lineare Optimierung - Verleihung von Booten .....	19
2.2 Beispiele: Gemischt-ganzzahlige lineare Optimierung.....	22
2.2.1 Beispiel 1: Von Kühen und Schweinen .....	23
2.2.2 Beispiel 2 : Ein Projektplanungssystem .....	24
2.2.3 Beispiel 3 : Ein Produktionsplanungssystem.....	24
2.2.4 Beispiel 4 : Optimale Depotwahl - Ein Standortplanungsmodell .....	25
2.2.5 Beispiel 5 : Optimale Produktverteilung .....	26
2.2.6 Beispiel 6 : Modellierung logischer Bedingungen.....	27
2.2.7 Beispiel 7 : Optimale Einbruchstrategie - Ein Rucksackproblem .....	27
2.3 Beispiel: Nichtlineare Optimierung - Ein Mischungsproblem .....	29
2.4 Es muss nicht immer Optimierung sein .....	30
<b>3 Optimierung in der Praxis .....</b>	<b>35</b>
3.1 Vorteile durch den Einsatz Mathematischer Optimierung .....	35
3.2 Optimierung ist nicht genug .....	36
3.2.1 Hintergrund .....	36
3.2.2 Probleme und Lösungen .....	37
3.2.2.1 Akzeptanz .....	38
3.2.2.2 Transparenz .....	38
3.2.2.3 Datenqualität .....	39
3.2.2.4 Optimale Lösungen und Randbedingungen .....	39

3.2.2.5	Zieldefinitionen.....	40
3.2.2.6	Konsistenz .....	42
3.2.2.7	Monitoring – Was muss wann beobachtet werden? .....	42
3.2.2.8	Projektfähigkeit.....	43
3.2.2.9	Problemlösung und Projekte .....	43
3.2.3	Zusammenfassung .....	44
3.3	Die Struktur von Optimierungsprojekten.....	44
3.3.1	Kontraktierungsphase und Trainingsphase.....	44
3.3.2	Strukturierung und Beschaffung der Daten .....	45
3.3.3	Modellformulierung und Modellierungssprachen .....	46
3.3.4	Problemgröße, Komplexität und algorithmische Aspekte.....	47
3.3.5	Ergebnisse der Optimierung und ihre Interpretation .....	49
3.3.5.1	Duale Variablen und Schattenpreise.....	50
3.3.5.2	Reduzierte Kosten .....	50
3.3.6	Implementierung und Validierung – Vom Modell zum Einsatz .....	50
3.3.7	Benutzerinterface - Tabellenkalkulation und Datenbanken .....	51
3.3.8	Kommunikation mit dem Auftraggeber.....	52
3.3.9	Die Lebensdauer eines Modells.....	52
3.4	Algebraische Modellierungssprachen.....	53
3.4.1	Modelle und Gegensatz zwischen Deklarativ und Prozedural.....	56
3.4.2	Ein Beispiel: Deklarativ versus Prozedural.....	57
3.4.3	Modellierung und Studium .....	58
3.5	Supply Chain Management und Optimierung .....	59
3.5.1	Supply Chain Management und Supply Chain Optimierung.....	60
3.5.2	APS – Advanced Planning Systems .....	61
3.5.2.1	Strategisch, taktisch operatives Einsatzgebiet .....	63
3.5.2.2	Lebensdauer des Optimierungsmodells.....	64
3.5.2.3	Benutzerschnittstelle .....	65
3.5.3	SAP APO als Beispiel für ein APS.....	65
3.6	Optimierung und Integration in der Industrie .....	68
3.7	Optimierung in kleinen und mittelständischen Firmen.....	70
4	<b>Grundlagen der Mathematischen Lösungstechniken.....</b>	<b>71</b>
4.1	Lineare Optimierung - Lineare Programmierung.....	71
4.1.1	Das Simplexverfahren — Ein kurzer Überblick.....	72
4.1.2	IPM — Ein kurzer Überblick.....	72
4.1.3	Lineare Programmierung als Unterproblem.....	73
4.2	Elementare Erläuterung des Simplexverfahrens .....	74
4.2.1	Standardformulierung linearer Optimierungsprobleme .....	74
4.2.2	Schlupf- und Überschussvariablen .....	76
4.2.3	Unterbestimmte lineare Gleichungssysteme und Optimierung .....	76
4.2.4	Simplexverfahren und Bootsverleihproblem.....	77
4.3	Lineare gemischt-ganzzahlige Optimierung .....	83
4.3.1	Elementare Einführung des Branch&Bound-Verfahrens .....	84
4.3.2	Branch&Bound (B&B) mit LP-Relaxierung .....	88
4.3.2.1	Knotenwahl.....	91
4.3.2.2	Variablenwahl .....	93
4.3.2.3	Das B&B-Verfahren im Überblick, Abbruchkriterien.....	94

4.3.2.4	Konvexe Hülle und Lösungsverhalten des B&B-Verfahrens	96
4.3.3	Schnittebenenverfahren und Branch&Cut	96
4.3.4	Branch&Price: Optimierung mit Spaltenerzeugung	98
4.3.5	L-Klassen – Enumeration	98
4.4	Nichtlineare, kontinuierliche Optimierung	105
4.4.1	Einige Grundlagen zur unbeschränkten Optimierung	105
4.4.2	Beschränkte Optimierung - Grundlagen und einige Theoreme	109
4.4.3	Reduzierte-Gradienten-Verfahren	112
4.4.4	Sequentielle Quadratische Programmierung	115
4.4.5	Innere-Punkte-Methoden	116
4.5	Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung	116
4.5.1	Einführende Bemerkungen	116
4.5.2	Exakte Verfahren zur Lösung von konvexen MINLP-Problemen	117
4.6	Globale Optimierung	118
<b>5</b>	<b>Die Kunst guter Modellierung</b>	<b>125</b>
5.1	Modellierung logischer Zusammenhänge	125
5.1.1	Ganzzahlige Variablen und logische Bedingungen	126
5.1.2	Transformation logischer Aussagen in arithmetische Ausdrücke	127
5.1.3	Logische Ausdrücke mit zwei Argumenten	127
5.1.4	Multivariate logische Ausdrücke	129
5.1.5	Das Erfüllbarkeitsproblem	131
5.2	Logische Bedingungen auf Nebenbedingungen	132
5.2.1	Logische Bedingungen auf einzelnen Variablen	133
5.2.2	Logische Bedingungen auf Nebenbedingungen	133
5.2.3	Disjunktive Mengen von Implikationen	135
5.3	Modellierung von Nicht-Null-Variablen	137
5.4	Modellierung von Mengen paarweise verschiedener Werte	138
5.5	Modellierung von Betragstermen	139
5.6	Behandlung und Transformation nichtlinearer Probleme	141
5.6.1	Nichtlineare binäre Optimierungsprobleme	141
5.6.2	Quadratische Optimierungsprobleme in binären Variablen	142
5.6.3	Behandlung von stückweise linearen Funktionen	143
5.6.4	Produkte von Binärvariablen	146
5.6.5	Produkte binärer und einer kontinuierlichen Variablen	147
5.7	Strukturierte Mengen - Special Ordered Sets	147
5.7.1	Strukturierte Variablenmengen vom Typ 1 (SOS-1-Mengen)	148
5.7.2	Strukturierte Variablenmengen vom Typ 2 (SOS-2-Mengen)	149
5.7.3	Strukturierte Variablenmengen - Verknüpfte Mengen	152
5.7.4	Strukturierte Variablenmengen - Familien von SOS-Mengen	154
5.8	Verbesserte Modellformulierungen: Logische Ungleichungen	155
5.9	Verbesserte Modellformulierungen: Spezielle Schnitte	156
5.9.1	Schnitte für ganzzahlige und semi-kontinuierliche Variablen	156
5.9.2	Elimination unerwünschter Kombinationen von Binärvariablen	157
5.10	Preprocessing	158
5.10.1	Presolve	158
5.10.1.1	Arithmetische Tests	158
5.10.1.2	Verschärfung von Schranken	160

5.10.2	Disaggregation von Nebenbedingungen .....	161
5.10.3	Koeffizientenreduktion .....	162
5.10.4	Erzeugung von Clique-Ungleichungen .....	164
5.10.5	Erzeugung von Cover-Ungleichungen .....	165
5.11	Effiziente Lösung von LP-Problemen .....	166
5.11.1	Warmstarts .....	166
5.11.2	Effiziente Skalierung .....	166
5.12	Effiziente Modellierung - Gute Modellierungspraxis .....	167
5.13	Verzweigungsstrategien im Branch&Bound-Verfahren .....	171
5.13.1	Zielfunktion und Wahl des Akzeptanzwertes .....	171
5.13.2	Verzweigungsheuristiken im B&B-Verfahren .....	171
5.13.3	Verzweigungsregeln für strukturierte Variablenmengen .....	172
5.13.4	Verzweigung auf halbstetigen und partiell-ganzzahligen Variablen... ..	174
<b>6</b>	<b>Lineare Optimierung in der Praxis .....</b>	<b>177</b>
6.1	Produktionsplanung für einen Chemiereaktor .....	177
6.2	Verschnittprobleme .....	179
6.2.1	Beispiel: Ein Verschnittproblem in der Papierindustrie .....	179
6.2.2	Beispiel: Ein ganzzahliges Verschnittproblem .....	181
6.3	Ein scheinbar nichtlineares Mischungsproblem .....	182
6.3.1	Der Weg zum Modell .....	183
6.3.2	Formulierung des Optimierungsproblems .....	184
6.3.3	Analyse und Reformulierung des Modells .....	185
6.4	Multikriterielle Optimierung und Goal Programming .....	187
6.4.1	Multikriterielle Optimierung .....	187
6.4.2	Ziel-Programmierung - Goal Programming .....	188
6.4.3	Goal Programming und weiche Nebenbedingungen .....	190
6.5	Grenzen Linearer Programmierung .....	192
6.5.1	Zielfunktion .....	192
6.5.2	Linearität in den Nebenbedingungen .....	192
6.5.3	Harte und weiche Nebenbedingungen .....	192
6.5.4	Konsistente und verfügbare Daten .....	193
6.6	Post-Optimale Analyse .....	193
6.6.1	Untersuchung von Unzulässigkeiten .....	193
6.6.2	Sensitivitätsanalyse und Ranging bei LP-Problemen .....	194
6.6.3	Parametrische Optimierung .....	197
6.6.4	Sensitivitätsanalyse in ganzzahligen Optimierungsproblemen .....	197
<b>7</b>	<b>Gemischt-ganzzahlige lineare Optimierung in der Praxis .....</b>	<b>199</b>
7.1	Modellieren will gelernt sein - Aufbau von Erfahrung .....	199
7.2	Ein Standortplanungsproblem .....	199
7.3	Optimierung im Verkehr – Einsatzplanung für Busfahrer .....	201
7.4	Drei instruktive praktische Probleme .....	203
7.4.1	Optimierung in der Energiewirtschaft – Vertragsallokation .....	203
7.4.2	Optimale Produktion von Barren in der Metallindustrie .....	205
7.4.3	Projekt-Portfolio-Optimierung und Projektplanung .....	206
7.5	Ein Projekt-Ressourcen-Planer .....	208
7.6	Routenplanung mit Zeitfenstern .....	211

<b>8</b>	<b>Polyolithische Modellierungs- und Lösungsansätze in der Praxis.....</b>	<b>217</b>
8.1	Polyolithische Modellierungs- und Lösungsansätze .....	217
8.1.1	Idee und Grundlagen Polyolithischer Lösungsansätze .....	217
8.1.1.1	Monolithische Modelle und Lösungsansätze.....	218
8.1.1.2	Polyolithische Modelle und Lösungsansätze (PMSAs).....	218
8.1.2	Problemspezifisches Preprocessing.....	219
8.1.2.1	Dynamische Reduzierung von Big-M-Koeffizienten .....	219
8.1.2.2	Verschärfte Schranken auf ganzzahlige Variablen .....	219
8.1.2.3	Datenzulässigkeitstest.....	220
8.1.3	Mathematische Algorithmen.....	220
8.1.3.1	Branch&Bound und Branch&Cut .....	220
8.1.3.2	Dekompositionsverfahren.....	221
8.1.3.2.1	Benders' Dekomposition (BD).....	221
8.1.3.2.2	Spaltenenumerierung und Spaltenerzeugung ....	221
8.1.3.2.3	Column Generation und Branch&Price.....	222
8.1.3.3	Lagrange-Relaxierung.....	223
8.1.3.3.1	Das Subgradientenverfahren .....	225
8.1.3.3.2	Beispiel: Erweitertes Zuordnungsproblem .....	226
8.1.3.3.3	Variationen bei Nichtlinearen Problemen.....	229
8.1.4	Primale Heuristiken .....	229
8.1.4.1	Strukturierte Primale Heuristiken .....	230
8.1.4.1.1	LP-Guided Dives, Relax-and-Fix .....	230
8.1.4.1.2	SOS-2 Basierte Lineare Approximation.....	231
8.1.4.1.3	Homotopie-Sequenzen von Modellen .....	232
8.1.4.2	Hybrid-Verfahren .....	232
8.2	Rollenverschnittminimierung.....	233
8.2.1	Preliminarien.....	233
8.2.1.1	Indizes und Mengen .....	233
8.2.1.2	Eingabedaten.....	233
8.2.1.3	Variablen.....	233
8.2.2	Das Modell .....	234
8.2.3	Struktur des Problems und Lösung mittels Spaltenerzeugung.....	235
8.3	Minimierung der Anzahl der Muster .....	237
8.3.1	Indizes und Mengen.....	238
8.3.2	Eingabedaten .....	238
8.3.3	Variablen.....	239
8.3.4	Das Ausschöpfungsverfahren im Detail .....	239
8.3.5	Das Modell .....	239
8.3.6	Typisches Ergebnis.....	242
8.4	2D-Format-Produktion – Verschnittminimierung .....	243
8.4.1	Indizes und Mengen.....	245
8.4.2	Eingabedaten .....	246
8.4.3	Variablen.....	246
8.4.4	Überblick über die Algorithmischen Komponenten.....	246
8.4.5	Master- und Unterproblem .....	247
8.4.5.1	Das Masterproblem: Partitionierungsmodell .....	247
8.4.5.2	Das Unterproblem .....	248
8.4.5.3	Explizite Lösung des Unterproblems .....	249

<b>9</b>	<b>Nichtlineare Optimierung in der Praxis .....</b>	<b>251</b>
9.1	Rekursion und sequentielle lineare Programmierung.....	251
9.1.1	Rekursion .....	252
9.1.2	Das „Pooling“-Problem und Distributive Rekursion.....	253
9.2	Quadratische Programmierung .....	256
<b>10</b>	<b>Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung in der Praxis .....</b>	<b>261</b>
10.1	Eine Integrierte Standortanalyse .....	261
10.1.1	Das Mathematische Modell .....	262
10.1.1.1	Variablen .....	263
10.1.1.2	Nebenbedingungen .....	263
10.1.1.3	Zielfunktion.....	265
10.1.2	Lösungsweg „Homotopie-Verfahren“ und Ergebnisse .....	266
10.2	Simultanes Prozessdesign und Produktionsplanung.....	267
10.2.1	Mathematische Formulierung des Modells .....	267
10.2.1.1	Massenbilanzierung der Reaktoren .....	268
10.2.1.2	Reaktionsraten und Gewichtsanteile.....	269
10.2.1.3	Diskrete Strukturen im Modell.....	271
10.2.1.4	Die Zielfunktion.....	271
10.2.2	Lösungsansatz.....	272
10.2.3	Validierung und Implementierung .....	272
10.2.4	Ergebnisse und Vorteile für den Kunden .....	273
<b>11</b>	<b>Globale Optimierung in der Praxis.....</b>	<b>275</b>
11.1	Energieminimale Molekülkonfiguration .....	275
11.2	Ein Verschnittproblem aus der Papierindustrie.....	279
11.3	Zuschnitt- und Packprobleme mit Kreisen, Polygonen und Ellipsen .....	282
11.3.1	Modellierung der Zuschnittbedingungen.....	283
11.3.1.1	Zuschnittbedingungen für Kreise.....	283
11.3.1.2	Zuschnittbedingungen für Polygone .....	285
11.3.1.3	Zuschnittbedingungen für Ellipsen .....	289
11.3.2	Problemstruktur und Symmetrie .....	294
11.3.3	Einige Ergebnisse.....	295
11.4	Optimale Verkaufsstrategien .....	296
<b>12</b>	<b>Schlussbetrachtungen und Ausblick.....</b>	<b>301</b>
12.1	Lernenswertes aus den Fallstudien .....	301
12.2	Parallele Optimierung.....	302
12.3	Zukünftige Entwicklungen.....	302
12.3.1	Simultane operative Planung und Design-Optimierung .....	305
12.3.2	Simultane operative Planung und strategische Optimierung .....	305
12.3.3	Polyolithische Modellierungs- und Lösungsansätze.....	306
12.3.4	Globale Optimierung .....	306
12.4	Mathematische Optimierung für eine bessere Welt .....	306

<b>A</b>	<b>Mathematische Beschreibung der Optimierungsverfahren .....</b>	<b>313</b>
A.1	Eine tiefere Betrachtung des Simplexverfahrens .....	313
A.1.1	Das Simplexverfahren — Eine detaillierte Beschreibung.....	313
A.1.2	Die Berechnung von Startlösungen .....	318
A.1.3	LP-Probleme mit oberen Schranken.....	319
A.1.4	Das duale Simplexverfahren .....	323
A.2	Dualitätstheorie.....	324
A.2.1	Konstruktion des dualen Problems in der linearen Programmierung	324
A.2.2	Interpretation des dualen Problems .....	326
A.2.3	Dualität und Komplementarität .....	327
A.3	Innere-Punkte-Methoden — Eine detaillierte Beschreibung.....	329
A.3.1	Primal-duale Innere-Punkte-Methoden .....	331
A.3.2	Prädiktor-Korrektor-Schritt .....	333
A.3.3	Zur Berechnung zulässiger Startpunkte.....	334
A.3.4	Die Berechnung des Homotopieparameters.....	334
A.3.5	Abbruchkriterium .....	335
A.3.6	Identifizierung einer Basis und Cross-Over.....	335
A.3.7	Innere-Punkte-Methoden versus Simplexverfahren .....	336
A.4	Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung .....	336
A.4.1	Ein Äußere-Approximation-Verfahren für konvexe Probleme .....	336
A.4.2	Natürliche polyedrische Repräsentation .....	337
A.4.3	Äußere Approximation und MILP-Masterprobleme .....	338
A.4.4	Formulierung des Masterproblems.....	338
A.4.5	Schranken.....	340
A.4.6	Unzulässige Teilprobleme .....	341
A.4.7	Zusammenfassung des Äußere-Approximation-Verfahrens.....	342
A.4.8	Optimalität .....	343
A.4.9	Erweiterung des Äußere-Approximation-Verfahrens .....	344
A.4.9.1	Einbeziehung von Gleichungen .....	344
A.4.9.2	Behandlung nichtkonvexer MINLP-Probleme.....	345
<b>B</b>	<b>Glossar .....</b>	<b>347</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>353</b>
	<b>Index .....</b>	<b>373</b>