

Inhaltsverzeichnis

Einführung

21

Über dieses Buch	21
Konventionen in diesem Buch	22
Was Sie nicht lesen müssen	22
Törichte Annahmen über den Leser	23
Wie dieses Buch aufgebaut ist	23
Teil 1: Rüsten Sie sich mit den Grundlagen der grundlegenden Mathematik	23
Teil II: Ganze Zahlen verstehen	24
Teil III: Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente	24
Teil IV: Graphische Darstellung und Maße – Graphen, Masse, Statistik und Mengen	25
Teil V: Akte X: Einführung in die Algebra	25
Teil VI: Der Teil der Zehn	26
Symbole in diesem Buch	26
Wie es weitergeht	26

Teil 1

Rüsten Sie sich mit den Grundlagen der grundlegenden Mathematik

29

Kapitel 1

Das Spiel mit den Zahlen

31

Die Erfindung der Zahlen	31
Zahlenfolgen verstehen	32
Ungerade gerade machen	32
Um 3, 4, 5 usw. weiterzählen	33
Quadratzahlen verstehen	33
Zusammengesetzte Zahlen – ganz einfach	34
Die Primzahlen verweigern sich dem Rechteck!	35
Mit Exponenten schnell multiplizieren	36
Der Zahlenstrahl	37
Auf dem Zahlenstrahl addieren und subtrahieren	37
Das Nichts verstehen lernen: 0	38
Und jetzt in die andere Richtung: Negative Zahlen	39
Die Möglichkeiten vervielfachen sich – Multiplikation	40
Auseinanderdividiert	41
Die Zwischenstellen: Brüche	42
Vier wichtige Zahlenmengen	43
Zählen mit den natürlichen Zahlen	43
Einführung der ganzen Zahlen	45

Wir bleiben rational	44
Werden wir reell	44

Kapitel 2

Zahlen und Ziffern – an den Fingern abgezählt

Den Stellenwert kennen	46
Bis zehn zählen – und darüber hinaus	46
Platzhalter von führenden Nullen unterscheiden	46
Lange Zahlen lesen	47
Runden und Schätzen	47
Zahlen runden	48
Zahlen auf den nächsten Zehner runden	48
Zahlen auf den nächsten Hunderter runden und weiter	48
Werte schätzen, um Aufgaben einfacher zu lösen	49

Kapitel 3

Die großen Vier: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division

Wir addieren	51
Reihenweise: Größere Zahlen in Spalten addieren	52
Übertrag: Zweistellige Lösungen	52
Wir ziehen ab: Subtraktion	53
Spaltenweise: Große Zahlen subtrahieren	54
Zehnerübertrag: Mit »Borgen« subtrahieren	55
Multiplikation	57
Multiplikationssymbole	58
Die Multiplikationstabelle auswendig lernen	58
Zwei Stellen: Größere Zahlen multiplizieren	62
Division im Handumdrehen	63
Schriftliche Division im Nu erledigt	64
Was übrig bleibt: Division mit Rest	66

Teil II

Ganze Zahlen

Kapitel 4

Die vier großen Operationen in der Praxis

Eigenschaften der vier großen Operationen	69
Inverse Operationen	69
Kommutative Operationen	69
Assoziative Operationen	70
Distribution – zur Lastverringерung	71
Die vier großen Operationen für negative Zahlen	72
Addition und Subtraktion mit negativen Zahlen	73
Multiplikation und Division mit negativen Zahlen	73
Einheiten und Größen verstehen	75
Größen addieren und subtrahieren	76

Größen multiplizieren und dividieren	76
Ungleichheiten verstehen	77
Ungleich (\neq)	77
Kleiner ($<$) und größer ($>$)	77
Ungefähr gleich (\approx)	78
Über die großen Vier hinaus: Exponenten, Quadratwurzeln und Beträge	78
Exponenten verstehen	78
Zurück zu den Wurzeln	79
Den Betrag einer Zahl bestimmen	80
Kapitel 5	
Eine Frage der Werte: Berechnung arithmetischer Ausdrücke	81
Drei wichtige Konzepte der Mathematik: Gleichungen,	
Terme und deren Berechnung	81
Wir fordern Gleichheit: Gleichungen	81
He, es ist nur ein Term!	83
Berechnung der Situation	83
Die Vereinigung der drei Konzepte	83
Die Operatorreihenfolge	84
Anwendung der Operatorreihenfolge auf Terme	
mit den vier großen Operationen	85
Terme nur mit Addition und Subtraktion	85
Terme nur mit Multiplikation und Division	86
Terme mit gemischten Operatoren	87
Anwendung der Operatorreihenfolge in Termen mit Exponenten	87
Anwendung der Operatorreihenfolge in Termen mit Klammern	88
Terme mit den vier großen Operationen mit Klammern	88
Terme mit Exponenten und Klammern	89
Terme mit Klammern, die in eine Potenz erhoben werden	89
Terme mit verschachtelten Klammern	90
Kapitel 6	
Zugetextet? Text in Zahlen umwandeln	93
Zwei Gerüchte über Textaufgaben zerstreuen	93
Textaufgaben sind nicht immer schwierig	94
Textaufgaben sind nützlich	94
Grundlegende Textaufgaben lösen	94
Textaufgaben in Wortgleichungen umwandeln	95
Information in Wortgleichungen darstellen	95
Beziehungen darstellen: Komplexere Aussagen in Wortgleichungen umwandeln	96
Feststellen, wonach in der Aufgabe gefragt wird	97
Zahlen für Wörter einsetzen	97
Komplexere Textaufgaben lösen	99
Wenn es ernst wird mit den Zahlen	99
Zu viel Information	100
Alles zusammen	100

Kapitel 7**Teilbarkeit**

Die Tricks der Teilbarkeit	105
Zahlen, durch die Sie alles teilen können	105
Das dicke Ende: Sehen Sie sich die hinteren Ziffern an	106
Teilbar durch 2	106
Teilbar durch 5	106
Teilbar durch 10, 100 oder 1.000	106
Jeder macht mit: Prüfen der Teilbarkeit durch Addition der Ziffern	107
Teilbar durch 3	107
Teilbarkeit durch 9	108
Durch 11 teilbar	108
Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen erkennen	109

Kapitel 8

Fabelhafte Faktoren und viel zitierte Vielfache	113
Sechs Methoden kennen, dasselbe zu sagen	113
Faktoren und Vielfache in eine Beziehung bringen	114
Fabelhafte Faktoren	115
Erkennen, ob eine Zahl ein Faktor einer anderen Zahl ist	115
Die Faktoren einer Zahl ermitteln	115
Primfaktoren	116
Primfaktorzerlegung für Zahlen unter 100	119
Primfaktorzerlegung für Zahlen größer 100	120
Den größten gemeinsamen Teiler (ggT) finden	121
Den größten gemeinsamen Teiler mit Hilfe einer Faktorenliste finden	122
Den ggT mit Hilfe der Primfaktorzerlegung finden	122
Viel zitierte Vielfache	123
Vielfache erzeugen	123
Das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) bestimmen	124
Das kgV mit Hilfe der Multiplikationstabelle bestimmen	124
Das kgV mit Hilfe der Primfaktorzerlegung bestimmen	125

Teil III**Teile des Ganzen: Brüche, Dezimalzahlen und Prozente****Kapitel 9**

Das Spiel mit den Brüchen	129
Eine Torte in Bruchteile schneiden	129
Lebenswichtige Informationen über Brüche	131
Den Zähler vom Nenner unterscheiden	131
Reziproke – der Umkehr halber	132
Die Verwendung von Nullen und Einsen	132
Gut gemischt	133
Echtes und Unechtes unterscheiden	133
Brüche erweitern und kürzen	133

Brüche erweitern	134
Brüche kürzen	135
Brüche auf formelle Weise kürzen	135
Brüche auf informelle Weise kürzen	136
Zwischen unechten Brüchen und gemischter Schreibweise umwandeln	137
Die Bestandteile der gemischten Schreibweise	137
Die gemischte Schreibweise in einen unechten Bruch umwandeln	137
Einen unechten Bruch in die gemischte Schreibweise umwandeln	138
Die Kreuzmultiplikation verstehen	138

Kapitel 10

Es geht weiter: Brüche und die vier großen Operationen

141

Brüche multiplizieren und dividieren	141
Zähler und Nenner einfach multiplizieren	141
Mit einer Drehung Brüche dividieren	144
Zusammengezählt: Brüche addieren	144
Die Summe von Brüchen mit demselben Nenner ermitteln	145
Brüche mit unterschiedlichen Nennern addieren	146
Die einfache Methode	146
Ein schneller Trick	148
Und jetzt der traditionelle Weg	149
Nutzen Sie Ihr Wissen: Auswahl der besten Methode	151
Weg damit: Brüche subtrahieren	152
Brüche mit demselben Nenner subtrahieren	152
Brüche mit unterschiedlichen Nennern subtrahieren	152
Die einfache Methode	153
Ein schneller Trick sorgt für Abkürzung	154
Machen Sie Ihren Lehrer glücklich – mit der traditionellen Methode	154
Die Arbeit mit der gemischten Schreibweise	155
Zahlen in gemischter Schreibweise multiplizieren und dividieren	155
Zahlen in gemischter Schreibweise addieren und subtrahieren	156
Zwei Zahlen in gemischter Schreibweise addieren	157
Zahlen in gemischter Schreibweise subtrahieren	160

Kapitel 11

Dezimalzahlen

163

Grundlegende Informationen über Dezimalzahlen	163
Euros und Dezimalzahlen zählen	164
Der Stellenwert von Dezimalzahlen	166
Die dezimalen Tatsachen des Lebens	167
Nachfolgende Nullen	167
Das Dezimalkomma verschieben	168
Dezimalzahlen runden	169
Die großen vier Operationen für Dezimalzahlen	170
Dezimalzahlen addieren	171
Dezimalzahlen subtrahieren	172

Dezimalzahlen multiplizieren	173
Dezimalzahlen dividieren	174
Weitere Nullen im Dividenden verwenden	175
Die Dezimaldivision abschließen	176
Zwischen Dezimalzahlen und Brüchen umwandeln	177
Einfache Umwandlungen	177
Dezimalzahlen in Brüche umwandeln	178
Eine grundlegende Umwandlung zwischen Dezimalzahl und Bruch durchführen	178
Die gemischte Schreibweise und zu kürzende Brüche	179
Brüche in Dezimalzahlen umwandeln	180
Der letzte Halt: Endliche Dezimalzahlen	181
Die unendliche Geschichte: Periodische Dezimalzahlen	182

Kapitel 12

Prozentsätze

Prozentsätze verstehen	185
Der Umgang mit Prozentsätzen größer 100 %	186
Prozentsätze, Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln	186
Von Prozentsätzen zu Dezimalzahlen	187
Von Dezimalzahlen zu Prozentsätzen	187
Von Prozentsätzen zu Brüchen	187
Von Brüchen zu Prozentsätzen	188
Prozentaufgaben lösen	189
Ein paar einfache Prozentaufgaben lösen	189
Aufgabenstellungen umkehren	190
Schwierigere Prozentaufgaben lösen	191
Alle Prozentaufgaben kombinieren	192
Die drei Arten von Prozentaufgaben identifizieren	192
Der Prozentkreis	193
Den Prozentwert bestimmen	194
Den Prozentsatz berechnen	194
Den Grundwert bestimmen	195

Kapitel 13

Textaufgaben mit Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentsätzen

Teile des Ganzen in Textaufgaben addieren und subtrahieren	197
Eine Pizza teilen: Brüche	198
Kilowaise kaufen: Dezimalzahlen	198
Geteilte Stimmen: Prozentsätze	199
Aufgaben zum Multiplizieren von Brüchen	199
Durchblick in der Metzgerei	200
Kuchenreste	200
Dezimalzahlen und Prozentsätze in Textaufgaben multiplizieren	202
Wie viel Geld ist übrig?	202
Den Grundwert bestimmen	203

Prozentuale Steigerungen und Abnahmen in Textaufgaben	205
Gehaltserhöhungen berechnen	205
Zinsen und Zinseszinsen	206
Schnäppchenjagd: Rabatte berechnen	207

Teil IV

Malen und Messen – Graphen, Maße, Statistiken und Mengen

Kapitel 14

Die perfekte Zehn: Zahlen in wissenschaftlicher Notation

Das Erste zuerst: Zehnerpotenzen als Exponenten	211
Nullen zählen und Exponenten schreiben	212
Zum Multiplizieren Exponenten addieren	213
Mit der wissenschaftlichen Notation arbeiten	214
In wissenschaftlicher Notation schreiben	214
Warum die wissenschaftliche Notation funktioniert	215
Die Größenordnung verstehen	216
Multiplizieren mit der wissenschaftlichen Notation	217

Kapitel 15

Maße und Gewichte

Unterschiede zwischen englischem und metrischem System untersuchen	219
Das englische System	220
Das metrische System	221
Zwischen dem englischen und dem metrischen System umrechnen und schätzen	224
Schätzen zwischen den Systemen	224
Kurze Distanzen abschätzen: 1 Yard (3 Fuß) ist etwa 1 Meter	225
Längere Distanzen und Geschwindigkeit abschätzen	225
Volumen abschätzen: 1 Liter ist etwa 1 Quart ($\frac{1}{4}$ Gallon)	225
Gewicht schätzen: 1 Kilogramm sind etwa 2 Pound	226
Temperatur schätzen	226
Maßeinheiten umrechnen	226
Umrechnungsfaktoren verstehen	227
Maßeinheiten kürzen	228
Einheiten umwandeln	228

Kapitel 16

Ein Bild sagt mehr als 1000 Worte: Grundlegende Geometrie

Alles auf der Ebene: Punkte, Linien, Winkel und Figuren	231
Punkte machen	232
Auf der Linie	232
Winkel	232
Figuren	234
Geschlossener Umriss: Weiter zu den 2D-Figuren	234

Kreise	234
Polygone	235
Dreiecke	235
Vierecke	235
Größere Polygone	237
Die nächste Dimension: Festkörpergeometrie	237
Die vielen Gesichter der Polyeder	237
3D-Körper mit Kurven	239
Figuren messen: Umfang, Fläche, Oberfläche und Volumen	240
2D: Messen in der Ebene	240
Wir laufen im Kreis	241
Dreiecke messen	242
Quadrat e messen	243
Die Arbeit mit Rechtecken	244
Rechnen mit Rauten	244
Parallelogramme messen	245
Trapeze messen	246
Weiter in den Raum: Messen in drei Dimensionen	247
Kugeln	247
Würfel	248
Quader (rechteckige Festkörper)	248
Prismen	248
Zylinder	249
Pyramiden und Kegel	249
Kapitel 17	
Sehen ist glauben: Graphen als visuelles Werkzeug	251
Die drei wichtigsten Graphenstile	251
Balkendiagramm	252
Tortendiagramm	252
Liniendiagramm	253
Kartesische Koordinaten	254
Punkte in ein kartesisches Koordinatensystem eintragen	255
Geraden in einem kartesischen Koordinatensystem zeichnen	256
Aufgaben mit Hilfe kartesischer Koordinaten lösen	258
Kapitel 18	
Textaufgaben mit Geometrie und Maßen lösen	261
Der Kettentrick: Maßaufgaben mit Hilfe von Umrechnungsketten lösen	261
Eine kurze Kette einrichten	261
Mit mehr Verknüpfungen arbeiten	263
Abrunden: die Suche nach der kürzesten Antwort	264
Textaufgaben aus der Geometrie lösen	265
Mit Wörtern und Bildern arbeiten	265
Nutzen Sie Ihr Zeichentalent!	267
Und jetzt alles zusammen: Geometrie und Maße in einer Aufgabenstellung	269

Kapitel 19

Rechnen Sie sich Ihre Chancen aus: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	273
Mathematisch Daten sammeln: Grundlegende Statistik	273
Der Unterschied zwischen qualitativen und quantitativen Daten	274
Die Arbeit mit qualitativen Daten	275
Prozentwerte berechnen	276
Den häufigsten Wert finden	276
Die Arbeit mit quantitativen Daten	277
Den Mittelwert berechnen	278
Den Median (Zentralwert) bestimmen	279
Wahrscheinlichkeiten: Grundlegende Wahrscheinlichkeitsrechnung	280
Wahrscheinlichkeit berechnen	280
Wahrscheinlichkeiten! Ergebnisse bei mehreren Münzen	
und Würfeln zählen	281
Münzen werfen	281
Der Würfel ist gefallen!	283

Kapitel 20

Jede Menge Mengenlehre	285
Mengen	285
Elementar: das Innenleben der Mengen	286
Die Kardinalität von Mengen	287
Gleiche Mengen	287
Untermengen	287
Leere Mengen	288
Zahlenmengen	288
Operationen für Mengen	289
Vereinigung: Kombinierte Elemente	289
Schnitt: Gemeinsame Elemente	290
Relatives Komplement: Subtraktion (so gut wie)	290
Absolutes Komplement: Das glatte Gegenteil	291

Teil V**X-Akte: Einführung in die Algebra****Kapitel 21**

Lernen Sie Mr. X kennen: Algebra und algebraische Ausdrücke	295
x als Platzhalter	295
Algebraische Ausdrücke	296
Algebraische Ausdrücke berechnen	297
Algebraische Terme	299
Kommutativ: Terme neu anordnen	299
Den Koeffizienten und die Variable identifizieren	301
Ähnliche Terme identifizieren	301
Algebraische Terme und die vier großen Operationen	302

Terme addieren	302
Terme subtrahieren	303
Terme multiplizieren	303
Terme dividieren	304
Algebraische Ausdrücke vereinfachen	306
Ähnliche Terme kombinieren	306
Klammern aus einem algebraischen Ausdruck entfernen	307
Alles weglassen: Klammern mit einem Pluszeichen	307
Vorzeichenwechsel: Klammern mit einem Minuszeichen	307
Verteilen: Klammern ohne Vorzeichen	308
Klammern entfernen mit EAIL	309

Kapitel 22

Mr. X wird enttarnt: Algebraische Gleichungen

311

Algebraische Gleichungen verstehen	311
x in Gleichungen verwenden	312
Vier Methoden, algebraische Gleichungen zu lösen	312
Anscheinnahme einfacher Gleichungen	313
Etwas schwierigere Gleichungen neu anordnen	313
Raten und Ausprobieren in Gleichungen	313
Auf schwierigere Gleichungen Algebra anwenden	314
Die Suche nach dem Gleichgewicht: Nach x auflösen	314
Halten wir das Gleichgewicht!	314
Mit Hilfe der Waagschale x isolieren	315
Gleichungen neu anordnen und x isolieren	316
Terme auf einer Seite einer Gleichung neu anordnen	316
Terme auf die andere Seite des Gleichheitszeichens verschieben	317
Klammern aus Gleichungen entfernen	318
Kreuzmultiplikation	320

Kapitel 23

Mr. X im Einsatz: Textaufgaben in der Algebra

323

Algebra-Textaufgaben in fünf Schritten lösen	323
Eine Variable deklarieren	324
Die Gleichung aufstellen	325
Die Gleichung lösen	325
Die Frage beantworten	326
Die Lösung überprüfen	326
Wählen Sie Ihre Variablen sorgfältig!	326
Kompliziertere Algebra-Aufgaben lösen	327
Tabellen für vier Personen	328
Mit fünf Leuten über die Ziellinie	329

Teil VI

Der Teil der 10

Kapitel 24

Die zehn wichtigsten Konzepte der Mathematik, die Sie keinesfalls ignorieren sollten

335

Jede Menge Mengen	335
Das Spiel mit den Primzahlen	335
Null: Viel Lärm um Nichts	336
Es wird griechisch: Pi (π)	336
Auf gleichem Niveau: Gleichheitszeichen und Gleichungen	337
Das Raster: Das kartesische Koordinatensystem	337
Ein und aus: Funktionen	338
Auf in die Unendlichkeit	338
Der reelle Zahlenstrahl	339
Die imaginäre Zahl i	339

Kapitel 25

Zehn wichtige Zahlenmengen, die Sie kennen sollten

341

Reine Natur: Die natürlichen Zahlen	341
Ganze Zahlen identifizieren	342
Rational über rationale Zahlen sprechen	342
Irrationale Zahlen verstehen	343
Algebraische Zahlen	343
Durchblick durch die transzendentalen Zahlen	344
Auf dem Boden der reellen Zahlen	344
Stellen Sie sich die imaginären Zahlen vor!	344
Die Komplexität komplexer Zahlen verstehen	345
Mit den transfiniten Zahlen über Unendlich hinaus	346