

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Zum Risikobegriff . . . . .	1
1.2 Geschichtliches . . . . .	4
1.2.1 Frühe Geschichte der Risikoanalyse als Geschichte der Stochastik . . . . .	4
1.2.2 Entwicklungen im Finanz- und Versicherungswesen . . . . .	7
1.3 Bedeutung von Risikoanalyse und Risikomanagement . . . . .	13
1.4 Regulatorische Rahmenbedingungen des Risikomanagements . . . . .	14
1.4.1 Corporate Governance . . . . .	15
1.4.2 KonTraG und TransPuG . . . . .	16
1.4.3 Der Sarbanes-Oxley Act . . . . .	17
1.4.4 Basel II/III, Solvency II und die MaRisk . . . . .	17
1.5 Risikoanalyse als Bestandteil des Risikomanagements . . . . .	21
1.6 Übersicht zum Aufbau des Buchs . . . . .	23
<b>2 Mathematische Modellierung von Risiken</b>	<b>25</b>
2.1 Grundsätzliches zur mathematischen Beschreibung von Risiken . . . . .	25
2.2 Verteilungsmodelle für Einzelschäden . . . . .	29
2.2.1 Gleichverteilung . . . . .	30
2.2.2 Exponentialverteilung, Erlang- und Gamma-Verteilung . . . . .	31
2.2.3 Weibull-Verteilung . . . . .	33
2.2.4 Normalverteilung . . . . .	34
2.2.5 Multivariate Normalverteilung . . . . .	35
2.2.6 <i>t</i> -Verteilung . . . . .	38
2.2.7 Logarithmische Normalverteilung . . . . .	39
2.2.8 Log-Gamma-Verteilung . . . . .	40
2.2.9 Pareto-Verteilung . . . . .	40
2.2.10 Verallgemeinerte Pareto-Verteilung . . . . .	42
2.2.11 Verallgemeinerte Extremwertverteilung . . . . .	42
2.2.12 Inverse Gauß-Verteilung . . . . .	43
2.2.13 Beta-Verteilung . . . . .	44
2.2.14 Dreiecksverteilung . . . . .	45
2.2.15 Verschobene Verteilungen . . . . .	46
2.2.16 Gestutzte Verteilungen . . . . .	46
2.2.17 Zeitabhängige Verteilungen . . . . .	47
2.2.18 Aufgaben . . . . .	47

2.3	Modellierung der Schadenanzahl . . . . .	48
2.3.1	Bernoulli-Prozess und Binomialverteilung . . . . .	48
2.3.2	Negative Binomialverteilung . . . . .	54
2.3.3	Logarithmische Verteilung . . . . .	56
2.3.4	Poisson-Verteilung . . . . .	56
2.3.5	Panjer-Verteilung . . . . .	58
2.3.6	Allgemeines zu Schadenanzahlprozessen . . . . .	59
2.3.7	Homogener Poisson-Prozess . . . . .	59
2.3.8	Inhomogener Poisson-Prozess . . . . .	63
2.3.9	Poisson-Ansteckungsprozess . . . . .	64
2.3.10	Klumpen-Poisson-Prozess . . . . .	65
2.3.11	Gemischter Poisson-Prozess . . . . .	65
2.3.12	Cox-Prozess . . . . .	67
2.3.13	Aufgaben . . . . .	67
2.4	Modellierung einzelner Wertentwicklungsprozesse . . . . .	69
2.4.1	Kurs- und Renditewerte als Ausgangsbasis der Modellierung . . . . .	70
2.4.2	Zeitdiskreter arithmetischer Random Walk . . . . .	72
2.4.3	Zeitdiskreter geometrischer Random Walk . . . . .	73
2.4.4	Binomialgitter-Prozesse . . . . .	73
2.4.5	Brownsche Bewegung (Wiener-Prozess) . . . . .	75
2.4.6	Ausblick auf weitere Modellierungsansätze . . . . .	77
2.4.7	Aufgaben . . . . .	79
2.5	Modellierung extremer Ereignisse . . . . .	80
2.5.1	Verteilungsmodelle für Maxima . . . . .	80
2.5.2	Verteilungsmodelle für Überschreitungen . . . . .	81
2.5.3	Aufgaben . . . . .	83
2.6	Aggregation von Teilrisiken . . . . .	85
2.6.1	Allgemeines zu Gesamtriskomodellen . . . . .	86
2.6.2	Das individuelle Modell der Risikoaggregation . . . . .	87
2.6.3	Das kollektive Modell der Risikoaggregation . . . . .	91
2.6.4	Aggregation einzelner Finanzrisiken . . . . .	93
2.6.5	Risikomatrizen . . . . .	97
2.6.6	Aggregation von Einzelrisiken mittels Simulationstechniken . . . . .	99
2.6.7	Aufgaben . . . . .	103
2.7	Zusammenfassung . . . . .	105
2.8	Selbsttest . . . . .	106
3	<b>Risikokennzahlen</b>	<b>109</b>
3.1	Stochastische Risikokennzahlen (Verteilungsparameter) . . . . .	109
3.1.1	Vorbemerkungen zum Vergleich von Risiken . . . . .	109
3.1.2	Mögliche Anforderungen an Risikomaße . . . . .	111
3.1.3	Mittelwerte und Risiko . . . . .	113
3.1.4	Streuungsmaße, Schiefemaße und höhere Momente . . . . .	120
3.1.5	Value-at-Risk und weitere Shortfall-Maße . . . . .	122

3.1.6	Stochastische Risikokennzahlen zur Bemessung von Risikoreserven . . . . .	133
3.1.7	Bemessung von Versicherungsprämien unter Risikoaspekten . . . . .	136
3.1.8	Risikoadjustierte Performance-Maße . . . . .	141
3.1.9	Aufgaben . . . . .	147
3.2	Analytische Risikokennzahlen (Sensitivitätsparameter) . . . . .	150
3.2.1	Zinssensitivität von Barwerten . . . . .	150
3.2.2	Optionspreissensitivitäten . . . . .	164
3.2.3	Aufgaben . . . . .	169
3.3	Zusammenfassung . . . . .	170
3.4	Selbsttest . . . . .	171
<b>4</b>	<b>Risikoentlastungsstrategien</b> . . . . .	<b>173</b>
4.1	Risikoteilung . . . . .	173
4.1.1	Begriffserläuterung und Überblick . . . . .	173
4.1.2	Proportionale Risikoteilung . . . . .	176
4.1.3	Nichtproportionale Risikoteilung . . . . .	178
4.1.4	Entlastungseffekt bei Risikoteilung . . . . .	182
4.1.5	Einfluss von Risikoteilung auf den Variationskoeffizienten . . . . .	185
4.1.6	Anmerkungen zur Preiskalkulation bei Risikoteilung . . . . .	186
4.1.7	Aufgaben . . . . .	187
4.2	Diversifikation von Risiken . . . . .	189
4.2.1	Allgemeines Problem der Portfoliooptimierung . . . . .	189
4.2.2	Diversifikation bei zwei Anlagealternativen . . . . .	191
4.2.3	Diversifikationseffekt für $n$ gleichartige, unabhängige Risiken . . . . .	197
4.2.4	Ausblick: Diversifikation bei $n$ Anlagealternativen . . . . .	200
4.2.5	Individuelle Rendite-Risiko-Optimierung eines Wertpapierportfolios . . . . .	203
4.2.6	Das Capital Asset Pricing Modell . . . . .	211
4.2.7	Aufgaben . . . . .	215
4.3	Hedging von Risiken . . . . .	216
4.3.1	Grundbegriffe zu derivaten Finanzinstrumenten . . . . .	216
4.3.2	Bewertung von Futures . . . . .	221
4.3.3	Hedging-Strategien mit Futures . . . . .	224
4.3.4	Wert der vier Grundpositionen von Optionsgeschäften . . . . .	230
4.3.5	Kombinationsstrategien mit Optionen . . . . .	236
4.3.6	Hedging und Optionsbewertung im Binomialmodell . . . . .	245
4.3.7	Hedging und Optionsbewertung im Black-Scholes-Modell . . . . .	258
4.3.8	Konstruktion und Bewertung strukturierter Finanzprodukte (Zertifikate) .	260
4.3.9	Aufgaben . . . . .	264
4.4	Zusammenfassung . . . . .	266
4.5	Selbsttest . . . . .	267

<b>5 Abhängigkeitsmodellierung</b>	<b>269</b>
5.1 Lineare Korrelation . . . . .	270
5.1.1 Kovarianz und Korrelation als Abhängigkeitsmaß . . . . .	270
5.1.2 Bemerkungen zum Pearsonschen Korrelationskoeffizienten . . . . .	273
5.1.3 Beispiel: Risikoaggregation gemäß Standardansatz von <i>Solvency II</i> . . . . .	275
5.1.4 Aufgaben . . . . .	277
5.2 Lineare Regression und verwandte Modelle . . . . .	279
5.2.1 Lineare Regression . . . . .	279
5.2.2 Verwandte Modelle . . . . .	284
5.2.3 Aufgaben . . . . .	286
5.3 Copulas . . . . .	287
5.3.1 Grundlagen . . . . .	288
5.3.2 Spezielle Copulas . . . . .	290
5.3.3 Implementierung von Copula-Methoden in R . . . . .	294
5.3.4 Bemerkungen . . . . .	294
5.3.5 Aufgaben . . . . .	296
5.4 Rangkorrelation . . . . .	298
5.4.1 Spearmanscher Rangkorrelationskoeffizient . . . . .	299
5.4.2 Kendallscher Rangkorrelationskoeffizient . . . . .	300
5.4.3 Aufgaben . . . . .	302
5.5 Tail-Abhängigkeit . . . . .	302
5.5.1 Beispiel Tail-Abhangigkeitskoeffizienten . . . . .	303
5.5.2 Beispiel Tail-Abhängigkeit . . . . .	304
5.5.3 Aufgaben . . . . .	305
5.6 Zusammenfassung . . . . .	306
5.7 Selbsttest . . . . .	307
<b>6 Auswahl und Überprüfung von Modellen</b>	<b>309</b>
6.1 Überprüfung von Modellannahmen . . . . .	309
6.1.1 Lage- und Streuungsparameter . . . . .	310
6.1.2 Grafische Darstellungen . . . . .	312
6.1.3 Schätzen von Verteilungsparametern . . . . .	314
6.1.4 Explorativer Vergleich von Daten . . . . .	317
6.1.5 Anpassungstests . . . . .	322
6.1.6 Spezielle Tests auf Normalverteilung . . . . .	329
6.1.7 Aufgaben . . . . .	333
6.2 Schätzer von Risikomaßen . . . . .	336
6.2.1 Parametrischer VaR-Schätzer . . . . .	336
6.2.2 Nichtparametrischer VaR-Schätzer . . . . .	339
6.2.3 Vergleich der parametrischen und nichtparametrischen VaR-Schätzer . . . . .	341
6.2.4 Parametrischer TVaR-Schätzer . . . . .	342
6.2.5 Nichtparametrischer TVaR -Schätzer . . . . .	343
6.2.6 Aufgaben . . . . .	343
6.3 Anpassung von Extremwertmodellen . . . . .	344

6.3.1	Anpassung der GEV-Verteilung mit der Blockmethode . . . . .	345
6.3.2	Anpassung von GPD-Verteilungen an Überschreitungen . . . . .	347
6.3.3	Aufgaben . . . . .	353
6.4	Parameterschätzung für Copulas . . . . .	354
6.4.1	Parameterschätzung durch Rangkorrelationen . . . . .	355
6.4.2	Parameterschätzung mit der ML-Methode . . . . .	355
6.4.3	Beispiel zur Copula-Schätzung (BMW- und Siemens-Renditen) . . . . .	357
6.4.4	Aufgaben . . . . .	358
6.5	Backtesting . . . . .	359
6.5.1	Backtesting im Kontext der Modellvalidierung . . . . .	359
6.5.2	Mathematische Beschreibung . . . . .	359
6.5.3	Tests für die Ausreißerwahrscheinlichkeit . . . . .	362
6.5.4	Ein Test auf Unabhängigkeit . . . . .	364
6.5.5	Anmerkungen zum Backtesting . . . . .	365
6.5.6	Aufgaben . . . . .	366
6.6	Zusammenfassung . . . . .	367
6.7	Selbsttest . . . . .	367
<b>7</b>	<b>Simulationsmethoden</b> . . . . .	<b>369</b>
7.1	Erzeugung von Zufallszahlen . . . . .	369
7.1.1	Die Inversionsmethode . . . . .	370
7.1.2	Die Verwerfungsmethode . . . . .	372
7.1.3	Erzeugung normalverteilter Zufallszahlen . . . . .	374
7.1.4	Erzeugung diskreter Zufallszahlen . . . . .	375
7.1.5	Anmerkungen zur Erzeugung von Zufallszahlen . . . . .	376
7.1.6	Aufgaben . . . . .	376
7.2	Simulation von abhängigen Risiken . . . . .	377
7.2.1	Simulation der multivariaten Normalverteilung . . . . .	377
7.2.2	Simulation der Gauß-Copula . . . . .	378
7.2.3	Simulation der $t$ -Copula . . . . .	379
7.2.4	Simulation der Gumbel- und Clayton-Copula . . . . .	379
7.2.5	Simulation von abhängigen Risiken . . . . .	381
7.2.6	Aufgaben . . . . .	384
7.3	Simulation von Zählprozessen . . . . .	384
7.3.1	Bernoulli-Prozess . . . . .	385
7.3.2	Homogener Poisson-Prozess . . . . .	387
7.3.3	Inhomogener Poisson-Prozess . . . . .	390
7.3.4	Gemischter Poisson-Prozess . . . . .	391
7.3.5	Cox-Prozess . . . . .	392
7.3.6	Aufgaben . . . . .	393
7.4	Simulation von Gesamtschadenprozessen und Gesamtschadenverteilungen . . . . .	393
7.5	Simulation von Random Walks . . . . .	396
7.5.1	Allgemeiner Ansatz zur Simulation von Random Walks . . . . .	396
7.5.2	Arithmetische und geometrische Brownsche Bewegung . . . . .	397

7.5.3	Binomialgitter-Prozesse . . . . .	400
7.5.4	Aufgaben . . . . .	403
7.6	Monte-Carlo-Simulation . . . . .	405
7.6.1	Monte-Carlo-Integration . . . . .	405
7.6.2	Monte-Carlo-Simulation des Value-at-Risk eines Portfolios . . . . .	408
7.6.3	Monte-Carlo-Simulation der Risikokapitalallokation . . . . .	409
7.6.4	Monte-Carlo-Simulation der Ruinwahrscheinlichkeit . . . . .	411
7.6.5	Aufgaben . . . . .	414
7.7	Bootstrap-Konfidenzintervalle für Risikomaße . . . . .	417
7.7.1	Die nichtparametrische Bootstrap-Methode . . . . .	418
7.7.2	Beispiel Value-at-Risk . . . . .	418
7.7.3	Die parametrische Bootstrap-Methode . . . . .	421
7.7.4	Aufgaben . . . . .	424
7.8	Zusammenfassung . . . . .	425
7.9	Selbsttest . . . . .	425
<b>Anhang</b>		<b>427</b>
<b>A</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>429</b>
A.1	Grundlagen . . . . .	429
A.2	Stochastik . . . . .	429
A.3	Stetige Verteilungen . . . . .	430
A.4	Diskrete Verteilungen . . . . .	431
<b>B</b>	<b>Einige Grundlagen aus der Stochastik</b>	<b>433</b>
B.1	Zufallsvariablen und Verteilungen . . . . .	433
B.1.1	Elementare Begriffe und Eigenschaften . . . . .	433
B.1.2	Quantilfunktionen . . . . .	434
B.2	Unabhängigkeit . . . . .	435
B.3	Summen unabhängiger Zufallsvariablen . . . . .	436
B.4	Erwartungswert, Varianz und höhere Momente . . . . .	437
B.5	Bedingte Verteilungen und Erwartungswerte . . . . .	438
B.6	Grenzwertsätze . . . . .	439
B.7	Momente von Zufallsvektoren . . . . .	440
<b>C</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Excel und R</b>	<b>443</b>
C.1	Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Excel . . . . .	443
C.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen in R . . . . .	444
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>447</b>
<b>Sachverzeichnis</b>		<b>451</b>