

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Zum Risikobegriff	1
1.2	Geschichtliches	4
1.2.1	Frühe Geschichte der Risikoanalyse als Geschichte der Stochastik	4
1.2.2	Entwicklungen im Finanz- und Versicherungswesen	7
1.3	Bedeutung von Risikoanalyse und Risikomanagement	13
1.4	Regulatorische Rahmenbedingungen des Risikomanagements	14
1.4.1	Corporate Governance	15
1.4.2	KonTraG und TransPuG	16
1.4.3	Der Sarbanes-Oxley Act	17
1.4.4	Basel II/III, Solvency II und die MaRisk	17
1.5	Risikoanalyse als Bestandteil des Risikomanagements	21
1.6	Übersicht zum Aufbau des Buchs	23
2	Mathematische Modellierung von Risiken	25
2.1	Grundsätzliches zur mathematischen Beschreibung von Risiken	25
2.2	Verteilungsmodelle für Einzelschäden	29
2.2.1	Gleichverteilung	30
2.2.2	Exponentialverteilung, Erlang- und Gamma-Verteilung	31
2.2.3	Weibull-Verteilung	33
2.2.4	Normalverteilung	34
2.2.5	Multivariate Normalverteilung	35
2.2.6	t-Verteilung	38
2.2.7	Logarithmische Normalverteilung	39
2.2.8	Log-Gamma-Verteilung	40
2.2.9	Pareto-Verteilung	40
2.2.10	Verallgemeinerte Pareto-Verteilung	42
2.2.11	Verallgemeinerte Extremwertverteilung	42
2.2.12	Inverse Gauß-Verteilung	43
2.2.13	Beta-Verteilung	44
2.2.14	Dreiecksverteilung	45
2.2.15	Verschobene Verteilungen	46
2.2.16	Gestutzte Verteilungen	46
2.2.17	Zeitabhängige Verteilungen	47
2.2.18	Aufgaben	47

2.3	Modellierung der Schadenanzahl	48
2.3.1	Bernoulli-Prozess und Binomialverteilung	48
2.3.2	Negative Binomialverteilung	54
2.3.3	Logarithmische Verteilung	56
2.3.4	Poisson-Verteilung	56
2.3.5	Panjer-Verteilung	58
2.3.6	Allgemeines zu Schadenanzahlprozessen	59
2.3.7	Homogener Poisson-Prozess	59
2.3.8	Inhomogener Poisson-Prozess	63
2.3.9	Poisson-Ansteckungsprozess	64
2.3.10	Klumpen-Poisson-Prozess	65
2.3.11	Gemischter Poisson-Prozess	65
2.3.12	Cox-Prozess	67
2.3.13	Aufgaben	67
2.4	Modellierung einzelner Wertentwicklungsprozesse	69
2.4.1	Kurs- und Renditewerte als Ausgangsbasis der Modellierung	70
2.4.2	Zeitdiskreter arithmetischer Random Walk	72
2.4.3	Zeitdiskreter geometrischer Random Walk	73
2.4.4	Binomialgitter-Prozesse	73
2.4.5	Brownsche Bewegung (Wiener-Prozess)	75
2.4.6	Ausblick auf weitere Modellierungsansätze	77
2.4.7	Aufgaben	79
2.5	Modellierung extremer Ereignisse	80
2.5.1	Verteilungsmodelle für Maxima	80
2.5.2	Verteilungsmodelle für Überschreitungen	81
2.5.3	Aufgaben	83
2.6	Aggregation von Teilrisiken	85
2.6.1	Allgemeines zu Gesamtrisikomodellen	86
2.6.2	Das individuelle Modell der Risikoaggregation	87
2.6.3	Das kollektive Modell der Risikoaggregation	91
2.6.4	Aggregation einzelner Finanzrisiken	93
2.6.5	Risikomatrizen	97
2.6.6	Aggregation von Einzelrisiken mittels Simulationstechniken	99
2.6.7	Aufgaben	103
2.7	Zusammenfassung	105
2.8	Selbsttest	106
3	Risikokennzahlen	109
3.1	Stochastische Risikokennzahlen (Verteilungsparameter)	109
3.1.1	Vorbemerkungen zum Vergleich von Risiken	109
3.1.2	Mögliche Anforderungen an Risikomaße	111
3.1.3	Mittelwerte und Risiko	113
3.1.4	Streuungsmaße, Schiefemaße und höhere Momente	120
3.1.5	Value-at-Risk und weitere Shortfall-Maße	122

3.1.6	Stochastische Risikokennzahlen zur Bemessung von Risikoreserven . . .	133
3.1.7	Bemessung von Versicherungsprämien unter Risikoaspekten	136
3.1.8	Risikoadjustierte Performance-Maße	141
3.1.9	Aufgaben	147
3.2	Analytische Risikokennzahlen (Sensitivitätsparameter)	150
3.2.1	Zinssensitivität von Barwerten	150
3.2.2	Optionspreissensitivitäten	164
3.2.3	Aufgaben	169
3.3	Zusammenfassung	170
3.4	Selbsttest	171
4	Risikoentlastungsstrategien	173
4.1	Risikoteilung	173
4.1.1	Begriffserläuterung und Überblick	173
4.1.2	Proportionale Risikoteilung	176
4.1.3	Nichtproportionale Risikoteilung	178
4.1.4	Entlastungseffekt bei Risikoteilung	182
4.1.5	Einfluss von Risikoteilung auf den Variationskoeffizienten	185
4.1.6	Anmerkungen zur Preiskalkulation bei Risikoteilung	186
4.1.7	Aufgaben	187
4.2	Diversifikation von Risiken	189
4.2.1	Allgemeines Problem der Portfoliooptimierung	189
4.2.2	Diversifikation bei zwei Anlagealternativen	191
4.2.3	Diversifikationseffekt für n gleichartige, unabhängige Risiken	197
4.2.4	Ausblick: Diversifikation bei n Anlagealternativen	200
4.2.5	Individuelle Rendite-Risiko-Optimierung eines Wertpapierportfolios . . .	203
4.2.6	Das Capital Asset Pricing Modell	211
4.2.7	Aufgaben	215
4.3	Hedging von Risiken	216
4.3.1	Grundbegriffe zu derivaten Finanzinstrumenten	216
4.3.2	Bewertung von Futures	221
4.3.3	Hedging-Strategien mit Futures	224
4.3.4	Wert der vier Grundpositionen von Optionsgeschäften	230
4.3.5	Kombinationsstrategien mit Optionen	236
4.3.6	Hedging und Optionsbewertung im Binomialmodell	245
4.3.7	Hedging und Optionsbewertung im Black-Scholes-Modell	258
4.3.8	Konstruktion und Bewertung strukturierter Finanzprodukte (Zertifikate) .	260
4.3.9	Aufgaben	264
4.4	Zusammenfassung	266
4.5	Selbsttest	267

5	Abhängigkeitsmodellierung	269
5.1	Lineare Korrelation	270
5.1.1	Kovarianz und Korrelation als Abhängigkeitsmaß	270
5.1.2	Bemerkungen zum Pearsonschen Korrelationskoeffizienten	273
5.1.3	Beispiel: Risikoaggregation gemäß Standardansatz von <i>Solvency II</i>	275
5.1.4	Aufgaben	277
5.2	Lineare Regression und verwandte Modelle	279
5.2.1	Lineare Regression	279
5.2.2	Verwandte Modelle	284
5.2.3	Aufgaben	286
5.3	Copulas	287
5.3.1	Grundlagen	288
5.3.2	Spezielle Copulas	290
5.3.3	Implementierung von Copula-Methoden in R	294
5.3.4	Bemerkungen	294
5.3.5	Aufgaben	296
5.4	Rangkorrelation	298
5.4.1	Spearmanischer Rangkorrelationskoeffizient	299
5.4.2	Kendallscher Rangkorrelationskoeffizient	300
5.4.3	Aufgaben	302
5.5	Tail-Abhängigkeit	302
5.5.1	Beispiel Tail-Abhängigkeitskoeffizienten	303
5.5.2	Beispiel Tail-Abhängigkeit	304
5.5.3	Aufgaben	305
5.6	Zusammenfassung	306
5.7	Selbsttest	307
6	Auswahl und Überprüfung von Modellen	309
6.1	Überprüfung von Modellannahmen	309
6.1.1	Lage- und Streuungsparameter	310
6.1.2	Grafische Darstellungen	312
6.1.3	Schätzen von Verteilungsparametern	314
6.1.4	Explorativer Vergleich von Daten	317
6.1.5	Anpassungstests	322
6.1.6	Spezielle Tests auf Normalverteilung	329
6.1.7	Aufgaben	333
6.2	Schätzer von Risikomaßen	336
6.2.1	Parametrischer VaR -Schätzer	336
6.2.2	Nichtparametrischer VaR -Schätzer	339
6.2.3	Vergleich der parametrischen und nichtparametrischen VaR -Schätzer	341
6.2.4	Parametrischer TVaR -Schätzer	342
6.2.5	Nichtparametrischer TVaR -Schätzer	343
6.2.6	Aufgaben	343
6.3	Anpassung von Extremwertmodellen	344

6.3.1	Anpassung der GEV-Verteilung mit der Blockmethode	345
6.3.2	Anpassung von GPD-Verteilungen an Überschreitungen	347
6.3.3	Aufgaben	353
6.4	Parameterschätzung für Copulas	354
6.4.1	Parameterschätzung durch Rangkorrelationen	355
6.4.2	Parameterschätzung mit der ML-Methode	355
6.4.3	Beispiel zur Copula-Schätzung (BMW- und Siemens-Renditen)	357
6.4.4	Aufgaben	358
6.5	Backtesting	359
6.5.1	Backtesting im Kontext der Modellvalidierung	359
6.5.2	Mathematische Beschreibung	359
6.5.3	Tests für die Ausreißerwahrscheinlichkeit	362
6.5.4	Ein Test auf Unabhängigkeit	364
6.5.5	Anmerkungen zum Backtesting	365
6.5.6	Aufgaben	366
6.6	Zusammenfassung	367
6.7	Selbsttest	367
7	Simulationsmethoden	369
7.1	Erzeugung von Zufallszahlen	369
7.1.1	Die Inversionsmethode	370
7.1.2	Die Verwerfungsmethode	372
7.1.3	Erzeugung normalverteilter Zufallszahlen	374
7.1.4	Erzeugung diskreter Zufallszahlen	375
7.1.5	Anmerkungen zur Erzeugung von Zufallszahlen	376
7.1.6	Aufgaben	376
7.2	Simulation von abhängigen Risiken	377
7.2.1	Simulation der multivariaten Normalverteilung	377
7.2.2	Simulation der Gauß-Copula	378
7.2.3	Simulation der t -Copula	379
7.2.4	Simulation der Gumbel- und Clayton-Copula	379
7.2.5	Simulation von abhängigen Risiken	381
7.2.6	Aufgaben	384
7.3	Simulation von Zählprozessen	384
7.3.1	Bernoulli-Prozess	385
7.3.2	Homogener Poisson-Prozess	387
7.3.3	Inhomogener Poisson-Prozess	390
7.3.4	Gemischter Poisson-Prozess	391
7.3.5	Cox-Prozess	392
7.3.6	Aufgaben	393
7.4	Simulation von Gesamtschadenprozessen und Gesamtschadenverteilungen	393
7.5	Simulation von Random Walks	396
7.5.1	Allgemeiner Ansatz zur Simulation von Random Walks	396
7.5.2	Arithmetische und geometrische Brownsche Bewegung	397

7.5.3	Binomialgitter-Prozesse	400
7.5.4	Aufgaben	403
7.6	Monte-Carlo-Simulation	405
7.6.1	Monte-Carlo-Integration	405
7.6.2	Monte-Carlo-Simulation des Value-at-Risk eines Portfolios	408
7.6.3	Monte-Carlo-Simulation der Risikokapitalallokation	409
7.6.4	Monte-Carlo-Simulation der Ruinwahrscheinlichkeit	411
7.6.5	Aufgaben	414
7.7	Bootstrap-Konfidenzintervalle für Risikomaße	417
7.7.1	Die nichtparametrische Bootstrap-Methode	418
7.7.2	Beispiel Value-at-Risk	418
7.7.3	Die parametrische Bootstrap-Methode	421
7.7.4	Aufgaben	424
7.8	Zusammenfassung	425
7.9	Selbsttest	425
Anhang		427
A	Symbolverzeichnis	429
A.1	Grundlagen	429
A.2	Stochastik	429
A.3	Stetige Verteilungen	430
A.4	Diskrete Verteilungen	431
B	Einige Grundlagen aus der Stochastik	433
B.1	Zufallsvariablen und Verteilungen	433
B.1.1	Elementare Begriffe und Eigenschaften	433
B.1.2	Quantilfunktionen	434
B.2	Unabhängigkeit	435
B.3	Summen unabhängiger Zufallsvariablen	436
B.4	Erwartungswert, Varianz und höhere Momente	437
B.5	Bedingte Verteilungen und Erwartungswerte	438
B.6	Grenzwertsätze	439
B.7	Momente von Zufallsvektoren	440
C	Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Excel und R	443
C.1	Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Excel	443
C.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen in R	444
Literaturverzeichnis		447
Sachverzeichnis		451