

# Inhalt

<b>Vorwort</b>	<b>9</b>
<b>1 Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>15</b>
Übersicht . . . . .	15
1.1 Lineare Eingabe-Ausgabe-Beziehungen in der Wirtschaft . . . . .	15
1.2 Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen . . . . .	20
1.3 Das Gauß'sche Eliminationsverfahren . . . . .	25
1.3.1 Zeilenumformungen eines LGS . . . . .	25
1.3.2 Die Staffelform eines LGS . . . . .	27
1.3.3 Die Zeilenstufenform eines LGS . . . . .	31
1.4 Lineare Gleichungssysteme in der linearen Optimierung . . . . .	33
Zusammenfassung . . . . .	37
<b>2 Vektoren in der Ökonomie</b>	<b>39</b>
Übersicht . . . . .	39
2.1 Vektoren und Operationen mit Vektoren . . . . .	39
2.1.1 Elementare Operationen mit Vektoren . . . . .	41
2.1.2 Vektorräume . . . . .	43
2.2 Koordinatensysteme und Linearkombinationen . . . . .	45
2.3 Untervektorraum und Basis . . . . .	57
2.4 Längen und Winkel: Geometrie mit Vektoren . . . . .	65
2.5 Abstandsmessung, Projektionen und KQ-Methode . . . . .	72
Zusammenfassung . . . . .	84
<b>3 Matrizen in der Ökonomie</b>	<b>85</b>
Übersicht . . . . .	85
3.1 Matrix-Vektor-Verflechtungen . . . . .	85
3.2 Matrix-Matrix-Verflechtungen . . . . .	91
3.3 Quadratische Matrizen und Inversion von Matrizen . . . . .	96
3.4 Determinanten . . . . .	102
3.4.1 Berechnung der Determinante mittels Zeilenumformungen . . . . .	104
3.4.2 Berechnung der Determinante mittels Entwicklung nach Zeilen bzw. Spalten . . . . .	107
3.4.3 Strategien zur Berechnung von Determinanten . . . . .	108
3.4.4 Anwendungen der Determinante . . . . .	109
3.5 Eigenwerte und Eigenvektoren . . . . .	111
3.5.1 Bestimmung von Eigenwerten und Eigenvektoren . . . . .	113
3.5.2 Eigenwerte bei symmetrischen Matrizen . . . . .	114
3.6 Anwendungen der Matrizenrechnung . . . . .	117
3.6.1 Input-Output-Analysen und Leontief-Modelle . . . . .	117
3.6.2 Übergangsmatrizen und Markoff-Ketten . . . . .	120
Zusammenfassung . . . . .	124

<b>4 Folgen und Reihen</b>	<b>127</b>
Übersicht . . . . .	127
4.1 Folgen, explizit versus implizit . . . . .	128
4.2 Konvergenz von Folgen . . . . .	130
4.2.1 Grenzwertbestimmung bei expliziten Folgen . . . . .	133
4.2.2 Grenzwertbestimmung bei impliziten Folgen . . . . .	136
4.2.3 Nachweismöglichkeiten für Konvergenz . . . . .	136
4.2.4 Konvergenz im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	139
4.3 Summenfolgen, unendliche Reihen und Potenzreihen . . . . .	141
4.3.1 Summenfolgen . . . . .	141
4.3.2 Unendliche Reihen . . . . .	143
4.3.3 Potenzreihen . . . . .	145
4.3.4 Erzeugende Funktionen . . . . .	147
4.4 Gleichgewichte bei Marktpreisen . . . . .	150
4.5 Finanzmathematische Folgen und Reihen . . . . .	153
4.5.1 Zinseszinsrechnung . . . . .	154
4.5.2 Rentenrechnung . . . . .	155
4.5.3 Annuitätenrechnung . . . . .	156
4.5.4 Barwert und Endwert . . . . .	157
4.5.5 Kapitalwert . . . . .	158
Zusammenfassung . . . . .	160
<b>5 Differentialrechnung</b>	<b>161</b>
Übersicht . . . . .	161
5.1 Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	162
5.1.1 Definitionsbereiche für Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	162
5.1.2 Lineare und quadratische Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	164
5.1.3 Grenzwerte von Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	165
5.1.4 Grafische Darstellung . . . . .	166
5.2 Funktionen mehrerer Variablen in der Ökonomie . . . . .	168
5.2.1 Lineare Funktionen mehrerer Variablen in der Ökonomie . . . . .	168
5.2.2 Nachfragefunktionen in mehreren Variablen . . . . .	169
5.2.3 Produktionsfunktionen in mehreren Variablen . . . . .	171
5.2.4 Homogene Funktionen in der Ökonomie . . . . .	174
5.3 Ableitungskonzepte für Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	176
5.3.1 Die partielle Ableitung . . . . .	177
5.3.2 Das Differential . . . . .	182
5.3.3 Ableitungsregeln für Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	185
5.4 Ableitungskonzepte auf Grundlage des Differentials . . . . .	188
5.4.1 Richtungsableitung . . . . .	188
5.4.2 Elastizitäten . . . . .	194
5.4.3 Implizite Ableitungen und ihre Anwendungen . . . . .	195
5.5 Ableitungen zweiter Ordnung für Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	203
5.5.1 Die Hesse-Matrix . . . . .	204
5.5.2 Krümmung impliziter Funktionen . . . . .	207
5.5.3 Konvexe Funktionen . . . . .	209
5.6 Integrale für Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	215
5.6.1 Volumenintegrale . . . . .	215
5.6.2 Integrationsregeln . . . . .	218

Zusammenfassung . . . . .	221
<b>6 Optimierungsaufgaben</b>	<b>223</b>
Übersicht . . . . .	223
6.1 Optimierungsaufgaben ohne Nebenbedingungen . . . . .	223
6.1.1 Bestimmung kritischer Punkte . . . . .	224
6.1.2 Hinreichende Bedingungen für lokale Extrema . . . . .	227
6.1.3 Optimierung konvexer Funktionen . . . . .	229
6.1.4 Numerische Optimierung mit dem Gradientenabstiegsverfahren .	232
6.1.5 Numerische Optimierung mit dem Newton-Verfahren . . . . .	233
6.2 Optimierung unter Nebenbedingungen . . . . .	236
6.2.1 Optimierung bei einer Nebenbedingung in Gleichungsform . . . . .	237
6.2.2 Optimierung bei $m$ Gleichungs-Nebenbedingungen . . . . .	243
6.2.3 Optimierung unter einer Ungleichungsrestriktion . . . . .	245
6.2.4 Optimierung unter $k$ Ungleichungsbedingungen . . . . .	248
6.3 Hinreichende Bedingungen für Extrema . . . . .	252
6.3.1 Hinreichende Bedingungen für lokale Extrema unter Nebenbedingungen . . . . .	253
6.3.2 Nachweis der Optimalität durch Randwertvergleich . . . . .	257
6.3.3 Optimierung konvexer Funktionen unter Nebenbedingungen . . . . .	263
6.4 Komparative Statik . . . . .	267
6.4.1 Ein Verpackungsproblem mit exogenen Variablen . . . . .	268
6.4.2 Das Envelope-Theorem . . . . .	270
6.4.3 Ein Kostenproblem . . . . .	273
6.4.4 Das Theorem impliziter Funktionen . . . . .	275
Zusammenfassung . . . . .	277
<b>Übungsklausuren</b>	<b>279</b>
Klausur 1 . . . . .	279
Klausur 2 . . . . .	281
Klausur 3 . . . . .	283
<b>Kontrollergebnisse zu den Übungsaufgaben</b>	<b>285</b>
<b>Kontrollergebnisse zu den Übungsklausuren</b>	<b>293</b>
<b>Abbildungen</b>	<b>295</b>
<b>Tabellen</b>	<b>297</b>
<b>Symbole und Abkürzungen</b>	<b>299</b>
<b>Das griechische Alphabet</b>	<b>301</b>
<b>Literatur</b>	<b>303</b>
<b>Index</b>	<b>305</b>