

Inhalt

Vorwort	9
1 Lineare Gleichungssysteme	15
Übersicht	15
1.1 Lineare Eingabe-Ausgabe-Beziehungen in der Wirtschaft	15
1.2 Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen	20
1.3 Das Gauß'sche Eliminationsverfahren	25
1.3.1 Zeilenumformungen eines LGS	25
1.3.2 Die Staffelform eines LGS	27
1.3.3 Die Zeilenstufenform eines LGS	31
1.4 Lineare Gleichungssysteme in der linearen Optimierung	33
Zusammenfassung	37
2 Vektoren in der Ökonomie	39
Übersicht	39
2.1 Vektoren und Operationen mit Vektoren	39
2.1.1 Elementare Operationen mit Vektoren	41
2.1.2 Vektorräume	43
2.2 Koordinatensysteme und Linearkombinationen	45
2.3 Untervektorraum und Basis	57
2.4 Längen und Winkel: Geometrie mit Vektoren	65
2.5 Abstandsmessung, Projektionen und KQ-Methode	72
Zusammenfassung	84
3 Matrizen in der Ökonomie	85
Übersicht	85
3.1 Matrix-Vektor-Verflechtungen	85
3.2 Matrix-Matrix-Verflechtungen	91
3.3 Quadratische Matrizen und Inversion von Matrizen	96
3.4 Determinanten	102
3.4.1 Berechnung der Determinante mittels Zeilenumformungen	104
3.4.2 Berechnung der Determinante mittels Entwicklung nach Zeilen bzw. Spalten	107
3.4.3 Strategien zur Berechnung von Determinanten	108
3.4.4 Anwendungen der Determinante	109
3.5 Eigenwerte und Eigenvektoren	111
3.5.1 Bestimmung von Eigenwerten und Eigenvektoren	113
3.5.2 Eigenwerte bei symmetrischen Matrizen	114
3.6 Anwendungen der Matrizenrechnung	117
3.6.1 Input-Output-Analysen und Leontief-Modelle	117
3.6.2 Übergangsmatrizen und Markoff-Ketten	120
Zusammenfassung	124

4	Folgen und Reihen	127
	Übersicht	127
4.1	Folgen, explizit versus implizit	128
4.2	Konvergenz von Folgen	130
4.2.1	Grenzwertbestimmung bei expliziten Folgen	133
4.2.2	Grenzwertbestimmung bei impliziten Folgen	136
4.2.3	Nachweismöglichkeiten für Konvergenz	136
4.2.4	Konvergenz im \mathbb{R}^n	139
4.3	Summenfolgen, unendliche Reihen und Potenzreihen	141
4.3.1	Summenfolgen	141
4.3.2	Unendliche Reihen	143
4.3.3	Potenzreihen	145
4.3.4	Erzeugende Funktionen	147
4.4	Gleichgewichte bei Marktpreisen	150
4.5	Finanzmathematische Folgen und Reihen	153
4.5.1	Zinseszinsrechnung	154
4.5.2	Rentenrechnung	155
4.5.3	Annuitätenrechnung	156
4.5.4	Barwert und Endwert	157
4.5.5	Kapitalwert	158
	Zusammenfassung	160
5	Differentialrechnung	161
	Übersicht	161
5.1	Funktionen mehrerer Variablen	162
5.1.1	Definitionsbereiche für Funktionen mehrerer Variablen	162
5.1.2	Lineare und quadratische Funktionen mehrerer Variablen	164
5.1.3	Grenzwerte von Funktionen mehrerer Variablen	165
5.1.4	Grafische Darstellung	166
5.2	Funktionen mehrerer Variablen in der Ökonomie	168
5.2.1	Lineare Funktionen mehrerer Variablen in der Ökonomie	168
5.2.2	Nachfragefunktionen in mehreren Variablen	169
5.2.3	Produktionsfunktionen in mehreren Variablen	171
5.2.4	Homogene Funktionen in der Ökonomie	174
5.3	Ableitungskonzepte für Funktionen mehrerer Variablen	176
5.3.1	Die partielle Ableitung	177
5.3.2	Das Differential	182
5.3.3	Ableitungsregeln für Funktionen mehrerer Variablen	185
5.4	Ableitungskonzepte auf Grundlage des Differentials	188
5.4.1	Richtungsableitung	188
5.4.2	Elastizitäten	194
5.4.3	Implizite Ableitungen und ihre Anwendungen	195
5.5	Ableitungen zweiter Ordnung für Funktionen mehrerer Variablen	203
5.5.1	Die Hesse-Matrix	204
5.5.2	Krümmung impliziter Funktionen	207
5.5.3	Konvexe Funktionen	209
5.6	Integrale für Funktionen mehrerer Variablen	215
5.6.1	Volumenintegrale	215
5.6.2	Integrationsregeln	218

Zusammenfassung	221
6 Optimierungsaufgaben	223
Übersicht	223
6.1 Optimierungsaufgaben ohne Nebenbedingungen	223
6.1.1 Bestimmung kritischer Punkte	224
6.1.2 Hinreichende Bedingungen für lokale Extrema	227
6.1.3 Optimierung konvexer Funktionen	229
6.1.4 Numerische Optimierung mit dem Gradientenabstiegsverfahren	232
6.1.5 Numerische Optimierung mit dem Newton-Verfahren	233
6.2 Optimierung unter Nebenbedingungen	236
6.2.1 Optimierung bei einer Nebenbedingung in Gleichungsform	237
6.2.2 Optimierung bei m Gleichungs-Nebenbedingungen	243
6.2.3 Optimierung unter einer Ungleichungsrestriktion	245
6.2.4 Optimierung unter k Ungleichungsbedingungen	248
6.3 Hinreichende Bedingungen für Extrema	252
6.3.1 Hinreichende Bedingungen für lokale Extrema unter Nebenbedingungen	253
6.3.2 Nachweis der Optimalität durch Randwertvergleich	257
6.3.3 Optimierung konvexer Funktionen unter Nebenbedingungen	263
6.4 Komparative Statik	267
6.4.1 Ein Verpackungsproblem mit exogenen Variablen	268
6.4.2 Das Envelope-Theorem	270
6.4.3 Ein Kostenproblem	273
6.4.4 Das Theorem impliziter Funktionen	275
Zusammenfassung	277
Übungsklausuren	279
Klausur 1	279
Klausur 2	281
Klausur 3	283
Kontrollergebnisse zu den Übungsaufgaben	285
Kontrollergebnisse zu den Übungsklausuren	293
Abbildungen	295
Tabellen	297
Symbole und Abkürzungen	299
Das griechische Alphabet	301
Literatur	303
Index	305