

Inhalt

Vorwort	5
Die Themen des Buches	9
Kapitel 1: Grundlegendes	13
1. Mengen	14
2. Umgang mit Mengen	16
3. Relationen	18
4. Funktionen	20
5. Visualisierung von Funktionen	22
6. Injektive, surjektive und bijektive Funktionen	24
7. Umgang mit Funktionen	26
8. Umkehrfunktionen und Einschränkungen	28
9. Bild und Urbild	30
10. Umgang mit Quantoren	32
11. Die vollständige Induktion	34
12. Das Prinzip vom kleinsten Element	36
Kapitel 2: Die reellen und komplexen Zahlen	37
1. Irrationale Zahlen	40
2. Algebraische und transzendente Zahlen	42
3. Abzählbarkeit und Überabzählbarkeit	44
4. Die Körperaxiome	46
5. Die Anordnungsaxiome	48
6. Supremum und Infimum	50
7. Die Vollständigkeit	52
8. Die Dezimaldarstellung	54
9. Die Intervallschachtelung	56
10. Wurzeln und rationale Exponenten	58
11. Komplexe Zahlen	60
12. Umgang mit komplexen Zahlen	62

Kapitel 3: Folgen und Grenzwerte	65
1. Folgen	66
2. Grenzwerte von Folgen	68
3. Monotone Folgen und Pendelfolgen	70
4. Die Limesregeln	72
5. Cauchy-Folgen	74
6. Teilfolgen	76
7. Häufungspunkte von Folgen	78
8. Der Satz von Bolzano-Weierstraß	80
9. Limes Superior und Inferior	82
10. Offene Epsilon-Umgebungen	84
11. Konvergenz in den komplexen Zahlen	86
12. Die Unendlichkeitssymbole	88
 Kapitel 4: Reihen	 91
1. Unendliche Reihen	92
2. Folgen versus Reihen	94
3. Die geometrische Reihe	96
4. Dezimaldarstellungen als Reihen	98
5. Die harmonische Reihe	100
6. Das Cauchy-Kriterium	102
7. Das Leibniz-Kriterium	104
8. Absolute und bedingte Konvergenz	106
9. Majorantenkriterium und Minorantenkriterium	108
10. Wurzelkriterium und Quotientenkriterium	110
11. Produkte von Reihen	112
12. Die Exponentialreihe	114
 Kapitel 5: Stetigkeit	 117
1. Die Limesstetigkeit	118
2. Grenzwerte von Funktionen	120
3. Unstetigkeiten	122
4. Die Umgebungsstetigkeit	124
5. Die gleichmäßige Stetigkeit	126
6. Die Lipschitz-Stetigkeit	128
7. Stetige Fortsetzungen	130
8. Der Zwischenwertsatz	132
9. Der Extremwertsatz von Weierstraß	134
10. Die Stetigkeit der Umkehrfunktion	136
11. Punktweise und gleichmäßige Konvergenz	138
12. Potenzreihen	140

Kapitel 6: Elementare Funktionen	143
1. Polynome	144
2. Rationale Funktionen	146
3. Die reelle Exponentialfunktion	148
4. Der natürliche Logarithmus	150
5. Die allgemeine Exponentialfunktion	152
6. Der allgemeine Logarithmus	154
7. Die komplexe Exponentialfunktion	156
8. Bilder der komplexen Exponentialfunktion	158
9. Sinus und Kosinus	160
10. Weitere trigonometrische Funktionen	162
11. Die Arkusfunktionen	164
12. Die Brücke zur Geometrie	166
Kapitel 7: Differentiation	169
1. Geraden und ihre Darstellungen	170
2. Differenzen- und Differentialquotienten	172
3. Lineare Approximationen	174
4. Ableitungsregeln	176
5. Stetigkeit und Differenzierbarkeit	178
6. Höhere Ableitungen	180
7. Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	182
8. Ableitung und Monotonie	184
9. Lokale Extremwerte	186
10. Konvexität	188
11. Krümmungsverhalten	190
12. Die Taylor-Entwicklung	192
Kapitel 8: Integration	195
1. Partitionen und Treppenfunktionen	196
2. Das Riemann-Integral	198
3. Das Darboux-Integral	200
4. Eigenschaften des Integrals	202
5. Zum Umfang der integrierbaren Funktionen	204
6. Das Regelintegral	206
7. Der Mittelwertsatz der Integralrechnung	208
8. Der Hauptsatz	210
9. Integrationsregeln	212
10. Uneigentliche Integrale	214
11. Der Vertauschungssatz	216
12. Integral und Flächeninhalt	218

Zum Studium der Mathematik	221
Anhänge	227
1. Junktoren	228
2. Quantoren	230
3. Axiome für die reellen Zahlen	231
4. Epsilontik	232
5. Grenzwerte von Folgen und unendliche Summen	234
6. Reihenentwicklungen	235
7. Ableitungen	236
8. Integrierbare Funktionen	237
Literatur	239
Notationen	240
Index	242