

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Struktur und Einsatz von Optimierungsmethoden	2
1.2	Einsatz der Optimierung in der Steuerungs- und Regelungstechnik	6
<b>Teil I Statische Optimierung</b>		
<b>2</b>	<b>Allgemeine Problemstellung der statischen Optimierung</b>	<b>11</b>
	Übungsaufgaben	17
<b>3</b>	<b>Minimierung einer Funktion einer Variablen</b>	<b>19</b>
3.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum	19
3.2	Numerische Verfahren	22
3.2.1	Eingrenzungsphase	23
3.2.2	Interpolations-Verfahren	24
3.2.3	Goldener-Schnitt-Verfahren	28
	Übungsaufgaben	31
<b>4</b>	<b>Minimierung einer Funktion mehrerer Variablen ohne Nebenbedingungen</b>	<b>33</b>
4.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum	33
4.2	Numerische Verfahren	36
4.2.1	Algorithmische Struktur	37
4.2.2	Liniensuche	39
4.2.3	Gradientenverfahren	42
4.2.4	Newton-Verfahren	42
4.2.5	Konjugierte-Gradienten-Verfahren	47
4.2.6	Trust-Region-Verfahren	48
4.2.7	Skalierung	50
4.2.8	Ableitungsfreie Verfahren	52
4.2.9	Stochastische Verfahren	56

4.3	Beispiel: Optimale Festlegung von Reglerparametern .....	59
	Übungsaufgaben .....	63
<b>5</b>	<b>Minimierung einer Funktion mehrerer Variablen unter Nebenbedingungen .....</b>	<b>67</b>
5.1	Minimierung unter Gleichungsnebenbedingungen .....	67
5.1.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum .....	68
5.1.2	Reduzierter Gradient .....	74
5.1.3	Beispiel: Optimale statische Prozesssteuerung .....	76
5.2	Minimierung unter Ungleichungsnebenbedingungen .....	77
5.2.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum .....	79
5.2.2	Sattelpunkt-Bedingung und Dualität .....	87
5.2.3	Beispiel: Optimale Festlegung von Reglerparametern unter Beschränkungen .....	88
5.3	Konvexe Probleme .....	93
5.4	Numerische Verfahren .....	95
5.4.1	Penalty-Verfahren .....	95
5.4.2	Verfahren der Multiplikatoren-Penalty-Funktion .....	99
5.4.3	QP-Verfahren .....	103
5.4.4	SQP-Verfahren .....	106
5.4.5	Innere-Punkte-Verfahren .....	109
	Übungsaufgaben .....	113
<b>6</b>	<b>Methode der kleinsten Quadrate .....</b>	<b>121</b>
6.1	Lineare kleinste Quadrate .....	121
6.1.1	Kleinste Quadrate unter Gleichungsnebenbedingungen ..	124
6.1.2	Gewichtete kleinste Quadrate .....	125
6.1.3	Rekursive kleinste Quadrate .....	126
6.1.4	Adaptive kleinste Quadrate .....	129
6.2	Probleme der Parameterschätzung .....	132
6.2.1	Parameterschätzung statischer Systeme .....	132
6.2.2	Parameterschätzung linearer dynamischer Systeme .....	134
6.3	Nichtlineare kleinste Quadrate .....	135
	Übungsaufgaben .....	136
<b>7</b>	<b>Lineare Programmierung .....</b>	<b>139</b>
7.1	Simplex-Methode .....	141
7.2	Initialisierungsphase .....	146
7.3	Beispiele .....	147
7.3.1	Netzplantechnik .....	147
7.3.2	Transportproblem .....	149
7.3.3	Maximalstromproblem .....	151
	Übungsaufgaben .....	153

<b>8</b>	<b>Weitere Problemstellungen</b>	157
8.1	Minimierung von Vektorfunktionen	157
8.2	Kombinatorische Optimierung	161
8.3	Spieltheorie	164
	Übungsaufgaben	165
 <b>Teil II Dynamische Optimierung</b>		
<b>9</b>	<b>Variationsrechnung zur Minimierung von Funktionalen</b>	169
9.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum	170
9.1.1	Feste Endzeit	171
9.1.2	Freie Endzeit	175
9.1.3	Allgemeine Endbedingung	176
9.2	Legendresche Bedingung	179
9.3	Starke lokale Minima	180
9.4	Weitere Nebenbedingungen	183
9.4.1	Gleichungsnebenbedingungen	183
9.4.2	Ungleichungsnebenbedingungen	188
	Übungsaufgaben	188
<b>10</b>	<b>Optimale Steuerung dynamischer Systeme</b>	191
10.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum	192
10.2	Behandlung der Randbedingungen	195
10.2.1	Feste Endzeit	195
10.2.2	Freie Endzeit	197
10.3	Optimale Steuerung und optimale Regelung	198
10.4	Beispiele	200
10.5	Weitere Nebenbedingungen	207
10.5.1	Integrationsnebenbedingungen	207
10.5.2	Gleichungsnebenbedingungen an internen Randpunkten	209
10.5.3	Diskontinuierliche Zustandsgleichungen	212
10.6	Hybride dynamische Systeme	215
	Übungsaufgaben	218
<b>11</b>	<b>Minimum-Prinzip</b>	223
11.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum	224
11.2	Bedingungen an die Hamilton-Funktion	233
11.3	Weitere Nebenbedingungen	235
11.3.1	Gleichungsnebenbedingungen	235
11.3.2	Ungleichungsnebenbedingungen der Zustandsgrößen	239
11.4	Singuläre optimale Steuerung	242
11.5	Beispiele	246
11.5.1	Zeitoptimale Steuerung	246
11.5.2	Verbrauchsoptimale Steuerung	256
11.5.3	Periodische optimale Steuerung	261
	Übungsaufgaben	263

<b>12</b>	<b>Lineare-Quadratische (LQ-)Optimierung dynamischer Systeme</b>	<b>273</b>
12.1	Zeitvarianter Fall	274
12.2	Zeitinvarianter Fall	280
12.3	Rechnergestützter Entwurf	285
12.4	Robustheit zeitinvarianter LQ-Regler	287
12.5	LQ-Regler mit vorgeschriebener minimaler Stabilitätsreserve	288
12.6	Regelung der Ausgangsgrößen	291
12.7	LQ-Regelung mit Störgrößenreduktion	295
12.7.1	Bekannte Störgrößen	295
12.7.2	Messbare Störgrößen	297
12.7.3	Bekanntes Störgrößenmodell	300
12.8	Optimale Folgeregelung	301
12.8.1	Zeitvarianter Fall	301
12.8.2	Zeitinvarianter Fall	304
12.9	LQ-Regelung mit Integralrückführung	306
12.9.1	Stationäre Genauigkeit von LQ-Reglern	306
12.9.2	LQI-Regler	307
12.9.3	LQI-Regelung von Mehrgrößensystemen	310
12.10	Optimale Regelung linearisierter Mehrgrößensysteme	314
	Übungsaufgaben	316
<b>13</b>	<b>Optimale Steuerung zeitdiskreter dynamischer Systeme</b>	<b>321</b>
13.1	Notwendige Bedingungen für ein lokales Minimum	322
13.2	Zeitdiskrete LQ-Optimierung	326
13.2.1	Zeitvarianter Fall	326
13.2.2	Zeitinvarianter Fall	329
	Übungsaufgaben	331
<b>14</b>	<b>Dynamische Programmierung</b>	<b>335</b>
14.1	Bellmansches Optimalitätsprinzip	335
14.2	Kombinatorische Probleme	337
14.3	Zeitdiskrete Probleme	340
14.4	Diskrete dynamische Programmierung	346
14.5	Zeitkontinuierliche Probleme	353
	Übungsaufgaben	359
<b>15</b>	<b>Numerische Verfahren für dynamische Optimierungsprobleme</b>	<b>365</b>
15.1	Zeitdiskrete Probleme	366
15.2	Anfangswertprobleme	369
15.3	Indirekte Verfahren	371
15.3.1	Indirekte Schießverfahren	373
15.3.2	Indirekte Gradienten-Verfahren	376
15.3.3	Quasilinearisierung	384
15.4	Direkte Verfahren	388
15.4.1	Parameteroptimierung	389

15.4.2 Direkte Einzelschießverfahren .....	394
15.4.3 Direkte Kollokationsverfahren .....	396
15.4.4 Direkte Mehrfachschießverfahren .....	400
Übungsaufgaben .....	402

### **Teil III Stochastische optimale Regler und Filter**

<b>16 Stochastische dynamische Programmierung .....</b>	<b>407</b>
16.1 Zeitdiskrete stochastische dynamische Programmierung .....	414
16.2 Diskrete stochastische dynamische Programmierung .....	416
16.3 Zeitinvarianter Fall .....	420
16.4 Approximate dynamic Programming .....	423
16.5 Stochastische LQ-Optimierung .....	430
16.6 Stochastische Probleme mit unvollständiger Information .....	432
Übungsaufgaben .....	436
<b>17 Optimale Zustandsschätzung dynamischer Systeme .....</b>	<b>439</b>
17.1 Zustandsschätzung zeitkontinuierlicher linearer Systeme .....	439
17.1.1 Kalman-Bucy-Filter .....	441
17.1.2 Zeitinvarianter Fall .....	445
17.1.3 Korrelierte Störungen .....	448
17.2 Zustandsschätzung zeitdiskreter linearer Systeme .....	449
17.2.1 Kalman-Filter .....	450
17.2.2 Zeitinvarianter Fall .....	454
17.2.3 Korrelierte Störungen .....	455
17.3 Zustandsschätzung statischer Systeme .....	456
17.3.1 Konstanter Zustand .....	456
17.3.2 Adaptive Schätzung .....	458
17.4 Zustandsschätzung nichtlinearer Systeme .....	459
17.4.1 Erweitertes Kalman-Filter .....	460
17.4.2 Zustands- und Parameterschätzung .....	461
17.4.3 Unscented Kalman-Filter .....	463
Übungsaufgaben .....	466
<b>18 Lineare quadratische Gaußsche (LQG-)Optimierung .....</b>	<b>469</b>
18.1 Zeitkontinuierliche Probleme .....	469
18.2 Zeitdiskrete Probleme .....	475
Übungsaufgaben .....	480
<b>Vektoren und Matrizen .....</b>	<b>483</b>
A.1 Notation .....	483
A.2 Definitionen .....	484
A.3 Differentiationsregeln .....	485
A.4 Quadratische Formen .....	485
A.5 Transponieren und Invertieren von Matrizen .....	488
Übungsaufgaben .....	488

<b>Mathematische Systemdarstellung</b> .....	489
B.1    Dynamische Systeme .....	489
B.1.1    Zeitkontinuierliche Systemdarstellung .....	490
B.1.2    Zeitdiskrete Systemdarstellung .....	492
B.1.3    Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit .....	494
B.2    Statische Systeme .....	494
<b>Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie</b> .....	495
C.1    Wahrscheinlichkeit .....	495
C.2    Zufallsvariablen .....	496
C.3    Bedingte Wahrscheinlichkeit .....	500
C.4    Stochastische Prozesse .....	500
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	503
<b>Sachverzeichnis</b> .....	513