

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbereitungen	1
1.1	Erinnerung an die elementare Stochastik	1
1.2	Maßtheorie	3
1.3	Stochastische Prozesse	7
1.4	Bedingte Erwartungen	13
1.5	Übungsaufgaben	19
2	Markovprozesse	21
2.1	Was ist ein Markovprozess?	21
2.2	Ein Charakterisierungssatz	27
2.3	Übungsaufgaben	29
3	Markovketten	31
3.1	Die wichtigsten Definitionen	31
3.2	Die Struktur von endlichen Markovketten	39
3.3	Homogene Markovketten in kontinuierlicher Zeit	39
3.4	Übungsaufgaben	46
4	Optimales Stoppen auf Markovketten	49
4.1	Die Präzisierung der Problemstellung	51
4.2	Superharmonische Funktionen	52
4.3	Die optimale Lösung	55
4.4	Übungsaufgaben	61
5	Die Brownsche Bewegung	63
5.1	Brownsche Bewegung: Definition / Existenz	63
5.2	Brownsche Bewegung: Eigenschaften	69
5.3	Übungsaufgaben	80
6	Stochastische Differentialgleichungen	83
6.1	Riemann-Stieltjes-Integrale	83
6.2	Itô-Isometrie	86
6.3	Stochastische Differentialgleichungen	96
6.4	Übungsaufgaben	101

7 Die Itô-Formel	103
7.1 Neue stochastische Integrale	103
7.2 Die Itô-Formel	104
7.3 Anwendungen der Itô-Formel	108
7.4 Übungsaufgaben	109
8 Monte-Carlo-Verfahren	111
8.1 Partielle Differentialgleichungen	111
8.2 n -dimensionale stochastische DGL	112
8.3 Stoppen von stochastischen Prozessen	115
8.4 Dynkin-Formel	117
8.5 Übungsaufgaben	120
9 Finanzmathematik	121
9.1 Die Bank, Optionen und Arbitrage	121
9.2 Binomialmodelle, die Black-Scholes-Welt	124
9.3 Übungsaufgaben	129
10 Black-Scholes-Formel	131
10.1 Die Problemstellung: Bewertung von Optionen	131
10.2 Die Black-Scholes-Gleichung	132
10.3 Die Black-Scholes-Formel	134
10.4 Übungsaufgaben	138
Anhänge	139
Der Vektorraum der $n \times n$ -Matrizen	139
Literatur	142
Register	144