

Vorwort ..... 3

Inhalt ..... 4

3.500 Algebraische Topologie – Ziele und Methoden ..... 6

3.502  $k$ -dimensionale Simplexe in  $\mathbb{R}^n$  ..... 8

3.504 Simpliciale Komplexe ..... 11

3.506 Die Freien  $A$ -Moduln  $C_k(\underline{S})$  über Simplex-Mengen ..... 14

3.508 Die Rand-Funktionen  $\partial_k : C_k(\underline{S}) \rightarrow C_{k-1}(\underline{S})$  ..... 17

3.510 Das  $k$ -dimensionale Standardsimplex  $I_k$  ..... 19

3.512 Vertauschbarkeit der Funktionen  $d_i^k : I_k \rightarrow I_{k+1}$  ..... 22

3.514  $k$ -dimensionale Singuläre Simplexe zu Topologischen Räumen ..... 24

3.516 Die Rand-Funktionen  $\partial_k^X : S_k(X) \rightarrow S_{k-1}(X)$  ..... 25

3.520 Der Funktor *Singuläre Homologie*  $S_\bullet : Top \rightarrow A\text{-}kom$  ..... 26

3.522 Die Singulären Homologie-Moduln  $H_k(X)$  ..... 28

3.524 Die Singulären Homologie-Moduln  $H_k(X; F)$  ..... 29

3.526 Die Singulären Cohomologie-Moduln  $H^k(X; F)$  ..... 30

3.528 Berechnung von  $H_k(E)$  und  $H^k(E)$  zu Einpunkträumen  $E$  ..... 31

3.530 Zur Konstruktion der Singulären Homologie-Moduln  $H_k(X)$  ..... 32

3.532 Der besondere Singuläre Homologie-Modul  $H_0(X)$  ..... 36

3.534 Zur Singulären Homologie Sternförmiger Räume ..... 39

3.536 Die Reduzierten Singulären Homologie-Moduln  $\tilde{H}_k(X)$  ..... 42

3.540  $k$ -dimensionale Singuläre Simplexe zu Topologischen Raumpaaren ..... 45

3.542 Der Funktor *Singuläre Homologie*  $S_\bullet : P\text{-}Top \rightarrow A\text{-}kom$  ..... 47

3.544 Die Relativen  $k$ -ten Singulären Homologie-Moduln  $H_k(X, U)$  ..... 49

3.546 Die Relativen  $k$ -ten Singulären Homologie-Moduln  $H_k((X, U); F)$  ..... 53

3.548 Die Relativen  $k$ -ten Singulären Cohomologie-Moduln  $H^k((X, U); F)$  ..... 55

3.560 Homotopie von  $A$ -Translationen der Form  $S_\bullet(X)$  ..... 57

3.562 Singuläre Homologie zu Familien von Unterräumen (Teil 1) ..... 61

3.564 Singuläre Homologie zu Paaren von Unterräumen ..... 63

3.565 Die Mayer-Vietoris-Sequenz ..... 66

3.566 Kategorieller Rahmen zum Homotopie-Problem ..... 69

3.568 Kategorien mit Modellen / Homotopie-Theorem ..... 71

3.570  $k$ -dimensionale Lineare Singuläre Simplexe zu Konvexen Mengen ..... 77

3.572 Der Funktor *Lineare Singuläre Homologie*  $LS_\bullet : Conv \rightarrow A\text{-}kom$  ..... 79

3.573 Die Kegel-Operatoren  $LS_k(C) \rightarrow LS_{k+1}(C)$  ..... 82

3.574 Baryzentrische Unterteilung Singulärer Simplexe (Teil 1) ..... 84

3.575 Baryzentrische Unterteilung Singulärer Simplexe (Teil 2) ..... 87

3.576 Metrische Aspekte zu Linearen Singulären Simplexen ..... 91

3.578 Singuläre Homologie zu Familien von Unterräumen (Teil 2) ..... 94

3.580 Einhängungen zu topologischen Räumen ..... 97

3.582 Die Räume  $(\Sigma X)_-$  und  $\Sigma X_+$  ..... 99

3.584 Die Natürliche Transformation (Isomorphie)  $\tilde{H}_k \xrightarrow{\cong} \tilde{H}_{k+1} \circ \Sigma$  ..... 104

3.586 Die Einhängung der  $n$ -Sphäre  $S^n$  ..... 106

3.588 Zur Homologie der  $n$ -Sphäre  $S^n$  ..... 108

3.590	Noch einmal: Zum Fixpunkt-Satz von Brouwer .....	109
3.591	Zur Dimension der topologischen Räume $S^n$ .....	111
3.594	Der Abbildungsgrad einer stetigen Funktion $S^n \rightarrow S^n$ .....	112
3.595	Eigenschaften des Abbildungsgrades (als Funktion) .....	113
3.596	Der Satz von Eilenberg-Steenrod .....	116
3.597	Funktionen $S^n \rightarrow S^n$ mit vorgegebenem Abbildungsgrad (Teil 1) .....	120
3.598	Funktionen $S^n \rightarrow S^n$ mit vorgegebenem Abbildungsgrad (Teil 2) .....	123
3.602	Cogefilterte Familien von Unterräumen topologischer Räume .....	127
3.604	(Endliche) Zellen-Komplexe zu topologischen Räumen .....	129
3.606	Zur Homologie der Projektiven Räume $P_n(K)$ .....	133
3.608	Zur Homologie der Projektiven Räume $P_n(\mathbb{R})$ .....	136
3.610	Retraktionsprobleme zu Projektiven Räumen $P_n(K)$ (Teil 1) .....	137
3.612	Bemerkungen zum Cup-Produkt .....	139
3.614	Der Cohomologie-Ring zu einem topologischen Raum .....	140
3.616	Retraktionsprobleme zu Projektiven Räumen $P_n(K)$ (Teil 2) .....	142
3.618	Zur Euler-Charakteristik topologischer Räume (Raumpaare) .....	144
3.620	Zur Homologie-Theorie mit Simplicialen Methoden .....	147
3.622	Die Kategorie $\Delta$ und ihre Morphismen .....	148
3.624	Simpliciale Objekte zu einer Kategorie $C$ .....	150
3.626	FD- $A$ -Komplexe zu Simplicialen $A$ -Moduln .....	154
3.628	Die Simplicialen Homologie-Funktoren $H_k^T$ zu $T : \Delta \rightarrow C$ .....	155
3.630	Simpliciale Homologie-Theorie und Singuläre Homologie-Theorie .....	157
3.632	Azyklische Modelle in der Kategorie $s(A\text{-}mod)$ .....	159
3.640	Simpliciale Schemata und Homologie-Theorie .....	162
3.642	Die Kategorie $simS$ der Simplicialen Schemata .....	163
3.644	Der Funktor $C_\bullet : simS \rightarrow A\text{-}kom$ zu Simplicialen Schemata .....	164
3.646	Realisierungen Simplicialer Schemata .....	166
3.648	Triangulierbare topologische Räume .....	169
3.660	Axiomatisierung von Homologie-Theorien .....	173
3.662	(Für Homologie-Theorien) Zulässige Unterkategorien von $P\text{-}Top$ .....	175
3.664	(Exakte) Verknüpfte Funktoren-Sequenzen .....	177
3.665	Installation/Beschreibung von Homologie-Theorien (Teil 1) .....	179
3.666	Installation/Beschreibung von Homologie-Theorien (Teil 2) .....	181
3.668	Homotopie-Gruppen und Singuläre Homologie-Theorie .....	183
	Symbol-Verzeichnis .....	185
	Etymologisches Verzeichnis .....	201
	Namens-Verzeichnis .....	203
	Stichwort-Verzeichnis .....	206