

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Messsysteme und Messfehler</b>	<b>1</b>
1.1	Messskalen . . . . .	3
1.2	Metrische Größen . . . . .	5
1.2.1	Einheitensystem . . . . .	6
1.2.2	Anpassung der Definitionen der Einheiten . . . . .	8
1.3	Messsysteme . . . . .	10
1.3.1	Struktur von Messsystemen . . . . .	10
1.3.2	Beschreibung von Messsystemen im Zustandsraum . . . . .	12
1.3.3	Physikalische Messkennlinie . . . . .	13
1.3.4	Messsignale als Informationsträger . . . . .	14
1.4	Messfehler . . . . .	16
1.4.1	Absoluter und relativer Fehler . . . . .	16
1.4.2	Fehlerursachen . . . . .	17
1.4.3	Spezifizierte Normalbedingungen . . . . .	20
<b>2</b>	<b>Kurvenanpassung</b>	<b>23</b>
2.1	Approximation . . . . .	26
2.1.1	Approximation mit orthonormalen Funktionensystemen . . . . .	26
2.1.1.1	Approximation mit der Fourier-Reihe . . . . .	29
2.1.1.2	Approximation mit Walsh-Funktionen . . . . .	30
2.1.2	Least-Squares-Schätzer . . . . .	31
2.1.3	Regressionsanalyse . . . . .	32
2.2	Interpolation . . . . .	34
2.2.1	Polynominterpolation . . . . .	34
2.2.2	Interpolation durch Lagrange-Polynome . . . . .	36
2.2.3	Interpolation durch Newton-Polynome . . . . .	38
2.2.4	Spline-Interpolation . . . . .	41
2.2.5	Systemtheoretische Deutung der Interpolation . . . . .	46
2.3	Kennfeldinterpolation . . . . .	47
<b>3</b>	<b>Stationäres Verhalten von Messsystemen</b>	<b>53</b>
3.1	Stationäre Messkennlinie und deren Fehler . . . . .	55
3.1.1	Ideale und reale Messkennlinie . . . . .	55
3.1.2	Abgleich der Messkennlinie . . . . .	56
3.1.3	Kennlinienfehler bei realer Kennlinie . . . . .	58
3.1.3.1	Relativer Kennlinienfehler . . . . .	58
3.1.3.2	Hysterese und Umkehrspanne . . . . .	59

3.1.4	Abschätzung des Kennlinienfehlers . . . . .	61
3.2	Kennlinienfehler unter Normalbedingungen . . . . .	64
3.2.1	Herabsetzen des Messbereichs . . . . .	64
3.2.2	Reihenschaltung zweier nichtlinearer Glieder . . . . .	67
3.2.3	Wahl des günstigsten Messbereichs . . . . .	71
3.2.4	Differenzmethode . . . . .	77
3.2.5	Gegenkopplung . . . . .	83
3.3	Kennlinienfehler bei Abweichungen von den Normalbedingungen . . . . .	87
3.3.1	Superponierende Störgrößen . . . . .	87
3.3.2	Unterdrückung superponierender Störgrößen mit der Differenzmethode . . . . .	89
3.3.3	Deformierende Störgrößen . . . . .	90
3.3.4	Deformierende Störgrößen bei Gegenkopplung . . . . .	93
3.3.5	Superponierende Störgrößen bei Gegenkopplung . . . . .	96
3.3.6	Kompensation systematischer Störeinflüsse . . . . .	97
3.3.7	Abschirmung . . . . .	98
3.3.8	Superponierende Störgrößen in Messketten . . . . .	98
3.3.9	Zerhackerverstärker . . . . .	100
3.4	Rückwirkung des Messsystems . . . . .	103
<b>4</b>	<b>Zufällige Messfehler</b> . . . . .	<b>107</b>
4.1	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	110
4.1.1	Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	112
4.1.2	Wahrscheinlichkeitsdichten abgebildeter Größen . . . . .	116
4.1.3	Momente der Statistik 1. Ordnung . . . . .	117
4.1.4	Momente der Statistik 2. Ordnung . . . . .	120
4.1.5	Korrelationskoeffizient . . . . .	122
4.1.6	Charakteristische Funktion . . . . .	125
4.2	Stichproben . . . . .	126
4.2.1	Häufigkeitsverteilung und Histogramm . . . . .	127
4.2.2	Stichprobenmittelwert . . . . .	128
4.2.3	Stichprobenvarianz . . . . .	131
4.2.4	Gesetz der großen Zahlen . . . . .	134
4.2.5	Mittelung zur Störungsunterdrückung . . . . .	136
4.2.5.1	Lineare Kennlinie . . . . .	136
4.2.5.2	Nichtlineare Kennlinie . . . . .	137
4.3	Normalverteilte Zufallsvariable . . . . .	138
4.3.1	Normalverteilung . . . . .	138

4.3.2	Zentraler Grenzwertsatz . . . . .	141
4.3.3	$\chi^2$ -Verteilung . . . . .	142
4.3.4	Student'sche t-Verteilung . . . . .	147
4.4	Statistische Testverfahren . . . . .	148
4.4.1	Konfidenzintervall und statistische Sicherheit . . . . .	149
4.4.1.1	Konfidenzintervall bei bekannter Standardabweichung . . . . .	149
4.4.1.2	Konfidenzintervall bei geschätzter Standardabweichung . . . . .	152
4.4.2	Hypothesen und statistische Tests . . . . .	155
4.4.3	Signifikanztest für den Stichprobenmittelwert . . . . .	156
4.4.4	$\chi^2$ -Anpassungstest . . . . .	157
4.5	Qualitätssicherung . . . . .	161
4.5.1	Beurteilung von Fertigungsprozessen . . . . .	161
4.5.2	Bestimmung der Ausfallrate . . . . .	164
4.5.3	Statistische Prozessüberwachung . . . . .	169
4.6	Fehlerfortpflanzung . . . . .	173
<b>5</b>	<b>Dynamisches Verhalten von Messsystemen</b>	<b>179</b>
5.1	Beschreibung von Messsystemen . . . . .	181
5.1.1	Systemeigenschaften . . . . .	181
5.1.2	Lineare, zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme) . . . . .	182
5.1.3	Stabilität . . . . .	184
5.2	Empirische Analyse von Messsystemen . . . . .	186
5.2.1	Kennwerte der Sprungantwort . . . . .	186
5.2.2	Nichtlineares dynamisches Verhalten . . . . .	187
5.2.3	Bestimmung des Frequenzganges . . . . .	188
5.3	Verbesserung des dynamischen Systemverhaltens . . . . .	192
5.3.1	Optimierung der Systemparameter . . . . .	193
5.3.2	Änderung der Systemstruktur . . . . .	194
5.4	Parameteroptimierung . . . . .	195
5.4.1	Kriterium „verschwindende Momente der Impulsantwort“ . . . . .	198
5.4.2	Kriterium „konstanter Amplitudengang für kleine Frequenzen“ . . . . .	202
5.4.3	Kriterium „konstanter Realteil des Frequenzganges“ . . . . .	208
5.4.4	ITAE-Kriterium . . . . .	214
5.4.4.1	System 1. Ordnung . . . . .	214
5.4.4.2	System 2. Ordnung . . . . .	215

5.4.5	Kriterium „quadratisches Fehlerintegral“ . . . . .	219
5.5	Strukturänderung zur Optimierung des Zeitverhaltens . . . . .	226
5.5.1	Kompensation des Zeitverhaltens . . . . .	226
5.5.2	Zeitverhalten bei Gegenkopplung . . . . .	231
5.5.2.1	P-Regler . . . . .	232
5.5.2.2	PI-Regler . . . . .	236
<b>6</b>	<b>Messung stochastischer Signale</b>	<b>241</b>
6.1	Stochastische Prozesse . . . . .	245
6.1.1	Einführung . . . . .	245
6.1.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung und Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	247
6.1.3	Schar- und Zeitmittelwerte . . . . .	250
6.1.4	Momente der Statistik 1. Ordnung . . . . .	250
6.1.5	Momente der Statistik 2. Ordnung . . . . .	252
6.1.6	Stationäre Prozesse . . . . .	254
6.1.7	Ergodische Prozesse . . . . .	256
6.2	Korrelationsfunktionen . . . . .	261
6.2.1	Signalklassen . . . . .	261
6.2.1.1	Ergodische Prozesse . . . . .	263
6.2.1.2	Funktionenräume . . . . .	263
6.2.2	Korrelation von Leistungssignalen . . . . .	265
6.2.3	Korrelation von Energiesignalen . . . . .	267
6.2.4	Eigenschaften von Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion . . . . .	269
6.3	Korrelationsmesstechnik . . . . .	271
6.3.1	Messung von Korrelationsfunktionen . . . . .	271
6.3.2	Ähnlichkeit von Signalen, Laufzeitmessung . . . . .	272
6.3.3	Closed-loop-Korrelation . . . . .	278
6.3.4	Polaritätskorrelation . . . . .	280
6.3.5	Ähnlichkeit von Spektren, Dopplerfrequenzmessung . . . . .	281
6.3.6	Selbstähnlichkeit . . . . .	284
6.4	Spektrale Darstellung stochastischer Signale . . . . .	285
6.4.1	Leistungsdichtespektrum . . . . .	285
6.4.2	Rauschen . . . . .	288
6.4.3	Überlagerung zufälliger Störsignale . . . . .	293
6.4.4	Übertragung stochastischer Signale durch LTI-Systeme . . . . .	295
6.5	Systemidentifikation . . . . .	298
6.5.1	Schätzung des Leistungsdichtespektrums . . . . .	299
6.5.2	Systemidentifikation bei geschätzter Leistungsdichte . . . . .	301

6.5.2.1	Quotientenbildung gemittelter Periodogramme	301
6.5.2.2	Quotientenbildung gemittelter Kreuz- leistungsdichten	302
6.5.3	Dynamische Systemidentifikation	303
6.6	Wiener-Filter	304
6.6.1	Signalmodell	305
6.6.2	Herleitung des Wiener-Filters	307
6.6.3	Wiener-Filter bei linearer Verzerrung und additivem Rauschen	308
<b>7</b>	<b>Erfassung analoger Signale</b>	<b>315</b>
7.1	Abtastung	318
7.1.1	Abtasttheorem	318
7.1.2	Bandüberlappungsfehler ( <i>Aliasing</i> )	320
7.1.3	Anti-Aliasing-Filter	322
7.1.4	Mittelwertbildung bei endlicher Abtastdauer	325
7.1.5	Zeitliche Abtastfehler	328
7.2	Quantisierung	333
7.2.1	Wahrscheinlichkeitsdichte der Signalwerte	336
7.2.2	Amplitudendichte der Fourier-Reihe	337
7.2.3	Quantisierungstheorem	340
7.2.4	Wahrscheinlichkeitsdichte des Quantisierungsfehlers	345
7.2.5	Signal-Rausch-Verhältnis infolge der Quantisierung	347
7.2.5.1	Sinusförmige Signale	348
7.2.5.2	Signale mit gleichverteilten Amplituden	348
7.2.6	Optimale Quantisierung	349
7.2.7	Minimierung des relativen Quantisierungsfehlers	349
7.2.8	Dithering	352
7.3	Analog-Digital-Umsetzer	357
7.3.1	A/D-Nachlaufumsetzer	357
7.3.2	A/D-Umsetzer mit sukzessiver Approximation	359
7.3.3	Integrierende A/D-Umsetzer	360
7.3.4	Delta-Sigma-Umsetzer	363
7.3.4.1	Delta-Sigma-Modulator	363
7.3.4.2	Rauschformung ( <i>noise shaping</i> )	365
7.3.4.3	Digitalfilter	368
7.3.4.4	Stationäres Verhalten	369
7.3.5	Ratiometrische Messung	372
7.4	Digital-Analog-Umsetzer	372

7.4.1	Parallele D/A-Umsetzer . . . . .	373
7.4.1.1	D/A-Umsetzer mit dyadisch gestuften Widerständen . . . . .	373
7.4.1.2	D/A-Umsetzer mit $R/2R$ -Kettenleiternetzwerk . . . . .	373
7.4.2	Serielle D/A-Umsetzer . . . . .	375
<b>8</b>	<b>Erfassung frequenzanaloger Signale</b>	<b>379</b>
8.1	Allgemeiner Frequenzbegriff . . . . .	382
8.2	Digitale Drehzahlmessung . . . . .	389
8.2.1	Periodendauermessung . . . . .	390
8.2.2	Frequenzmessung . . . . .	391
8.2.3	Maximaler Quantisierungsfehler für einen Zählvorgang . . . . .	392
8.2.3.1	Quantisierungsfehler bei der Periodendauer- messung . . . . .	393
8.2.3.2	Quantisierungsfehler bei der Frequenzmes- sung . . . . .	393
8.2.4	Mittelwertbildung bei der Drehzahlmessung . . . . .	395
8.2.5	Abtastung bei der Drehzahlmessung . . . . .	397
8.2.6	Quantisierung bei fortlaufenden Periodendauermes- sungen . . . . .	398
8.2.7	Leistungsdichte des Quantisierungsfehlers . . . . .	402
8.2.8	Kompensation mechanischer Fehler des Sensorrades . . . . .	405
8.2.8.1	Stochastische Zahnflankenfehler . . . . .	405
8.2.8.2	Schätzung der Zahnflankenfehler . . . . .	407
8.3	Kontinuierliche Frequenzmessung . . . . .	411
8.3.1	Phasenregelkreis . . . . .	411
8.3.2	Frequenzregelkreis . . . . .	416
8.4	Positions- und Richtungserkennung . . . . .	418
8.4.1	Drehrichtungserkennung . . . . .	418
8.4.2	Positionsbestimmung . . . . .	420
<b>A</b>	<b>Symbole und Tabellen</b>	<b>423</b>
A.1	Symbolverzeichnis . . . . .	425
A.1.1	Konventionen . . . . .	425
A.1.2	Operatoren . . . . .	425
A.1.3	Lateinische Symbole . . . . .	425
A.1.4	Griechische Symbole . . . . .	429
A.2	Tabellen . . . . .	430
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>431</b>

