

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Messsysteme und Messfehler</b>	1
1.1 Messskalen . . . . .	3
1.2 Metrische Größen . . . . .	5
1.2.1 Einheitensystem . . . . .	6
1.2.2 Anpassung der Definitionen der Einheiten . . . . .	8
1.3 Messsysteme . . . . .	10
1.3.1 Struktur von Messsystemen . . . . .	10
1.3.2 Beschreibung von Messsystemen im Zustandsraum . . . . .	12
1.3.3 Physikalische Messkennlinie . . . . .	13
1.3.4 Messsignale als Informationsträger . . . . .	14
1.4 Messfehler . . . . .	16
1.4.1 Absoluter und relativer Fehler . . . . .	16
1.4.2 Fehlerursachen . . . . .	17
1.4.3 Spezifizierte Normalbedingungen . . . . .	20
<b>2 Kurvenanpassung</b>	23
2.1 Approximation . . . . .	26
2.1.1 Approximation mit orthonormalen Funktionensystemen . . . . .	26
2.1.1.1 Approximation mit der Fourier-Reihe . . . . .	29
2.1.1.2 Approximation mit Walsh-Funktionen . . . . .	30
2.1.2 Least-Squares-Schätzer . . . . .	31
2.1.3 Regressionsanalyse . . . . .	32
2.2 Interpolation . . . . .	34
2.2.1 Polynominterpolation . . . . .	34
2.2.2 Interpolation durch Lagrange-Polynome . . . . .	36
2.2.3 Interpolation durch Newton-Polynome . . . . .	38
2.2.4 Spline-Interpolation . . . . .	41
2.2.5 Systemtheoretische Deutung der Interpolation . . . . .	46
2.3 Kennfeldinterpolation . . . . .	47
<b>3 Stationäres Verhalten von Messsystemen</b>	53
3.1 Stationäre Messkennlinie und deren Fehler . . . . .	55
3.1.1 Ideale und reale Messkennlinie . . . . .	55
3.1.2 Abgleich der Messkennlinie . . . . .	56
3.1.3 Kennlinienfehler bei realer Kennlinie . . . . .	58
3.1.3.1 Relativer Kennlinienfehler . . . . .	58
3.1.3.2 Hysterese und Umkehrspanne . . . . .	59

3.1.4	Abschätzung des Kennlinienfehlers . . . . .	61
3.2	Kennlinienfehler unter Normalbedingungen . . . . .	64
3.2.1	Herabsetzen des Messbereichs . . . . .	64
3.2.2	Reihenschaltung zweier nichtlinearer Glieder . . . . .	67
3.2.3	Wahl des günstigsten Messbereichs . . . . .	71
3.2.4	Differenzmethode . . . . .	77
3.2.5	Gegenkopplung . . . . .	83
3.3	Kennlinienfehler bei Abweichungen von den Normalbedingungen . . . . .	87
3.3.1	Superponierende Störgrößen . . . . .	87
3.3.2	Unterdrückung superponierender Störgrößen mit der Differenzmethode . . . . .	89
3.3.3	Deformierende Störgrößen . . . . .	90
3.3.4	Deformierende Störgrößen bei Gegenkopplung . . . . .	93
3.3.5	Superponierende Störgrößen bei Gegenkopplung . . . . .	96
3.3.6	Kompensation systematischer Störeinflüsse . . . . .	97
3.3.7	Abschirmung . . . . .	98
3.3.8	Superponierende Störgrößen in Messketten . . . . .	98
3.3.9	Zerhackerverstärker . . . . .	100
3.4	Rückwirkung des Messsystems . . . . .	103
<b>4</b>	<b>Zufällige Messfehler</b>	107
4.1	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	110
4.1.1	Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	112
4.1.2	Wahrscheinlichkeitsdichten abgebildeter Größen . . . . .	116
4.1.3	Momente der Statistik 1. Ordnung . . . . .	117
4.1.4	Momente der Statistik 2. Ordnung . . . . .	120
4.1.5	Korrelationskoeffizient . . . . .	122
4.1.6	Charakteristische Funktion . . . . .	125
4.2	Stichproben . . . . .	126
4.2.1	Häufigkeitsverteilung und Histogramm . . . . .	127
4.2.2	Stichprobenmittelwert . . . . .	128
4.2.3	Stichprobenvarianz . . . . .	131
4.2.4	Gesetz der großen Zahlen . . . . .	134
4.2.5	Mittelung zur Störungsunterdrückung . . . . .	136
4.2.5.1	Lineare Kennlinie . . . . .	136
4.2.5.2	Nichtlineare Kennlinie . . . . .	137
4.3	Normalverteilte Zufallsvariable . . . . .	138
4.3.1	Normalverteilung . . . . .	138

4.3.2	Zentraler Grenzwertsatz . . . . .	141
4.3.3	$\chi^2$ -Verteilung . . . . .	142
4.3.4	Student'sche t-Verteilung . . . . .	147
4.4	Statistische Testverfahren . . . . .	148
4.4.1	Konfidenzintervall und statistische Sicherheit . . . . .	149
4.4.1.1	Konfidenzintervall bei bekannter Standardabweichung . . . . .	149
4.4.1.2	Konfidenzintervall bei geschätzter Standardabweichung . . . . .	152
4.4.2	Hypothesen und statistische Tests . . . . .	155
4.4.3	Signifikanztest für den Stichprobenmittelwert . . . . .	156
4.4.4	$\chi^2$ -Anpassungstest . . . . .	157
4.5	Qualitätssicherung . . . . .	161
4.5.1	Beurteilung von Fertigungsprozessen . . . . .	161
4.5.2	Bestimmung der Ausfallrate . . . . .	164
4.5.3	Statistische Prozessüberwachung . . . . .	169
4.6	Fehlerfortpflanzung . . . . .	173
<b>5</b>	<b>Dynamisches Verhalten von Messsystemen</b>	<b>179</b>
5.1	Beschreibung von Messsystemen . . . . .	181
5.1.1	Systemeigenschaften . . . . .	181
5.1.2	Lineare, zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme) . . . . .	182
5.1.3	Stabilität . . . . .	184
5.2	Empirische Analyse von Messsystemen . . . . .	186
5.2.1	Kennwerte der Sprungantwort . . . . .	186
5.2.2	Nichtlineares dynamisches Verhalten . . . . .	187
5.2.3	Bestimmung des Frequenzganges . . . . .	188
5.3	Verbesserung des dynamischen Systemverhaltens . . . . .	192
5.3.1	Optimierung der Systemparameter . . . . .	193
5.3.2	Änderung der Systemstruktur . . . . .	194
5.4	Parameteroptimierung . . . . .	195
5.4.1	Kriterium „verschwindende Momente der Impulsantwort“ . . . . .	198
5.4.2	Kriterium „konstanter Amplitudengang für kleine Frequenzen“ . . . . .	202
5.4.3	Kriterium „konstanter Realteil des Frequenzganges“ . . . . .	208
5.4.4	ITAE-Kriterium . . . . .	214
5.4.4.1	System 1. Ordnung . . . . .	214
5.4.4.2	System 2. Ordnung . . . . .	215

5.4.5	Kriterium „quadratisches Fehlerintegral“	219
5.5	Strukturänderung zur Optimierung des Zeitverhaltens	226
5.5.1	Kompensation des Zeitverhaltens	226
5.5.2	Zeitverhalten bei Gegenkopplung	231
5.5.2.1	P-Regler	232
5.5.2.2	PI-Regler	236
<b>6</b>	<b>Messung stochastischer Signale</b>	<b>241</b>
6.1	Stochastische Prozesse	245
6.1.1	Einführung	245
6.1.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung und Wahrscheinlichkeitsdichte	247
6.1.3	Schar- und Zeitmittelwerte	250
6.1.4	Momente der Statistik 1. Ordnung	250
6.1.5	Momente der Statistik 2. Ordnung	252
6.1.6	Stationäre Prozesse	254
6.1.7	Ergodische Prozesse	256
6.2	Korrelationsfunktionen	261
6.2.1	Signalklassen	261
6.2.1.1	Ergodische Prozesse	263
6.2.1.2	Funktionenräume	263
6.2.2	Korrelation von Leistungssignalen	265
6.2.3	Korrelation von Energiesignalen	267
6.2.4	Eigenschaften von Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion	269
6.3	Korrelationsmesstechnik	271
6.3.1	Messung von Korrelationsfunktionen	271
6.3.2	Ähnlichkeit von Signalen, Laufzeitmessung	272
6.3.3	Closed-loop-Korrelation	278
6.3.4	Polaritätskorrelation	280
6.3.5	Ähnlichkeit von Spektren, Dopplerfrequenzmessung	281
6.3.6	Selbstähnlichkeit	284
6.4	Spektrale Darstellung stochastischer Signale	285
6.4.1	Leistungsdichtespektrum	285
6.4.2	Rauschen	288
6.4.3	Überlagerung zufälliger Störsignale	293
6.4.4	Übertragung stochastischer Signale durch LTI-Systeme	295
6.5	Systemidentifikation	298
6.5.1	Schätzung des Leistungsdichtespektrums	299
6.5.2	Systemidentifikation bei geschätzter Leistungsdichte	301

6.5.2.1	Quotientenbildung gemittelter Periodogramme	301
6.5.2.2	Quotientenbildung gemittelter Kreuz- leistungsdichten . . . . .	302
6.5.3	Dynamische Systemidentifikation . . . . .	303
6.6	Wiener-Filter . . . . .	304
6.6.1	Signalmodell . . . . .	305
6.6.2	Herleitung des Wiener-Filters . . . . .	307
6.6.3	Wiener-Filter bei linearer Verzerrung und additivem Rauschen . . . . .	308
<b>7</b>	<b>Erfassung analoger Signale</b>	<b>315</b>
7.1	Abtastung . . . . .	318
7.1.1	Abtasttheorem . . . . .	318
7.1.2	Bandüberlappungsfehler ( <i>Aliasing</i> ) . . . . .	320
7.1.3	Anti-Aliasing-Filter . . . . .	322
7.1.4	Mittelwertbildung bei endlicher Abtastdauer . . . . .	325
7.1.5	Zeitliche Abtastfehler . . . . .	328
7.2	Quantisierung . . . . .	333
7.2.1	Wahrscheinlichkeitsdichte der Signalwerte . . . . .	336
7.2.2	Amplitudendichte der Fourier-Reihe . . . . .	337
7.2.3	Quantisierungstheorem . . . . .	340
7.2.4	Wahrscheinlichkeitsdichte des Quantisierungsfehlers .	345
7.2.5	Signal-Rausch-Verhältnis infolge der Quantisierung .	347
7.2.5.1	Sinusförmige Signale . . . . .	348
7.2.5.2	Signale mit gleichverteilten Amplituden . . . . .	348
7.2.6	Optimale Quantisierung . . . . .	349
7.2.7	Minimierung des relativen Quantisierungsfehlers .	349
7.2.8	Dithering . . . . .	352
7.3	Analog-Digital-Umsetzer . . . . .	357
7.3.1	A/D-Nachlaufumsetzer . . . . .	357
7.3.2	A/D-Umsetzer mit sukzessiver Approximation . . . . .	359
7.3.3	Integrierende A/D-Umsetzer . . . . .	360
7.3.4	Delta-Sigma-Umsetzer . . . . .	363
7.3.4.1	Delta-Sigma-Modulator . . . . .	363
7.3.4.2	Rauschformung ( <i>noise shaping</i> ) . . . . .	365
7.3.4.3	Digitalfilter . . . . .	368
7.3.4.4	Stationäres Verhalten . . . . .	369
7.3.5	Ratiometrische Messung . . . . .	372
7.4	Digital-Analog-Umsetzer . . . . .	372

7.4.1	Parallele D/A-Umsetzer . . . . .	373
7.4.1.1	D/A-Umsetzer mit dyadisch gestuften Widerständen . . . . .	373
7.4.1.2	D/A-Umsetzer mit $R/2R$ -Kettenleiternetzwerk	373
7.4.2	Serielle D/A-Umsetzer . . . . .	375
<b>8</b>	<b>Erfassung frequenzanaloger Signale</b>	<b>379</b>
8.1	Allgemeiner Frequenzbegriff . . . . .	382
8.2	Digitale Drehzahlmessung . . . . .	389
8.2.1	Periodendauermessung . . . . .	390
8.2.2	Frequenzmessung . . . . .	391
8.2.3	Maximaler Quantisierungsfehler für einen Zählvorgang	392
8.2.3.1	Quantisierungsfehler bei der Periodendauermessung . . . . .	393
8.2.3.2	Quantisierungsfehler bei der Frequenzmessung . . . . .	393
8.2.4	Mittelwertbildung bei der Drehzahlmessung . . . . .	395
8.2.5	Abtastung bei der Drehzahlmessung . . . . .	397
8.2.6	Quantisierung bei fortlaufenden Periodendauermessungen . . . . .	398
8.2.7	Leistungsdichte des Quantisierungsfehlers . . . . .	402
8.2.8	Kompensation mechanischer Fehler des Sensorrades	405
8.2.8.1	Stochastische Zahnflankenfehler . . . . .	405
8.2.8.2	Schätzung der Zahnflankenfehler . . . . .	407
8.3	Kontinuierliche Frequenzmessung . . . . .	411
8.3.1	Phasenregelkreis . . . . .	411
8.3.2	Frequenzregelkreis . . . . .	416
8.4	Positions- und Richtungserkennung . . . . .	418
8.4.1	Drehrichtungserkennung . . . . .	418
8.4.2	Positionsbestimmung . . . . .	420
<b>A</b>	<b>Symbole und Tabellen</b>	<b>423</b>
A.1	Symbolverzeichnis . . . . .	425
A.1.1	Konventionen . . . . .	425
A.1.2	Operatoren . . . . .	425
A.1.3	Lateinische Symbole . . . . .	425
A.1.4	Griechische Symbole . . . . .	429
A.2	Tabellen . . . . .	430
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>431</b>

