

Inhaltsverzeichnis

I Funktionalanalysis	1
1 Grundlegende Räume	5
1.1 Metrische Räume	5
1.1.1 Definition und Beispiele	5
1.1.2 Topologische Hilfsmittel	10
1.1.3 Konvergenz in metrischen Räumen. Vollständigkeit	10
1.1.4 Bestapproximation in metrischen Räumen	18
1.1.5 Der Banachsche Fixpunktsatz. Anwendungen	19
1.2 Normierte Räume. Banachräume	29
1.2.1 Lineare Räume	29
1.2.2 Normierte Räume. Banachräume	33
1.3 Skalarprodukträume. Hilberträume	41
1.3.1 Skalarprodukträume	41
1.3.2 Hilberträume	47
1.3.3 Ein Approximationsproblem	51
1.3.4 Der Zerlegungssatz	56
1.3.5 Orthonormalsysteme in Hilberträumen	61
1.3.6 Fourierentwicklung in Hilberträumen	68
1.3.7 Struktur von Hilberträumen	70
2 Lineare Operatoren in normierten Räumen	75
2.1 Beschränkte lineare Operatoren	75
2.1.1 Stetigkeit und Beschränktheit. Operatornorm	75
2.1.2 Folgen und Reihen von beschränkten Operatoren	81
2.1.3 Die Neumannsche Reihe. Anwendungen	82
2.1.4 Lineare Funktionale in normierten Räumen	88
2.1.5 Der Rieszsche Darstellungssatz	90
2.1.6 Adjungierte und symmetrische Operatoren	92
2.2 Fredholmsche Theorie in Skalarprodukträumen	96
2.2.1 Vollstetige Operatoren	97
2.2.2 Ausgeartete Operatoren	100
2.2.3 Die Fredholmsche Alternative	102
2.2.4 Der Fredholmsche Alternativsatz in Hilberträumen	104
2.2.5 Der Fredholmsche Alternativsatz in Skalarprodukträumen	109
2.3 Symmetrische vollstetige Operatoren	119

8 Die Maxwellschen Gleichungen	329
8.1 Die stationären Maxwellschen Gleichungen	329
8.1.1 Stationäre Maxwellsche Gleichungen und vektorielle Schwingungsgleichung	329
8.1.2 Grundlösungen	331
8.1.3 Asymptotisches Verhalten der Grundlösungen. Ausstrahlungsbedingungen	332
8.1.4 Darstellungsformeln	333
8.2 Randwertprobleme	336
8.2.1 Problemstellungen	336
8.2.2 Außenraumprobleme	336
8.2.3 Innenraumprobleme	341
9 Die Euler-Gleichungen und hyperbolische Bilanzgleichungen	343
9.1 Kompressible und inkompressible Strömungen	343
9.2 Bilanzgleichungen und Erhaltungsgleichungen	345
9.3 Charakteristiken im skalaren eindimensionalen Fall	351
9.4 Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten	355
9.5 Schwache Lösungen	364
9.6 Die Euler-Gleichungen	373
10 Hilbertraummethoden	383
10.1 Einführung	383
10.1.1 Ein schwaches Dirichletproblem für die inhomogene Schwingungsgleichung	383
10.1.2 Nachweis einer schwachen Lösung	385
10.1.3 Ein äquivalentes schwaches Problem	387
10.2 Das schwache Dirichletproblem für lineare elliptische Differentialgleichungen	388
10.2.1 Das klassische Dirichletproblem	388
10.2.2 Das schwache Dirichletproblem	389
10.2.3 Ein äquivalentes schwaches Problem	390
10.2.4 Schwache Lösungen bei strikt positiven elliptischen Differentialoperatoren	391
10.2.5 Schwache Lösungen bei gleichmäßig elliptischen Differentialoperatoren	393
10.2.6 Eigenwerte und -elemente des schwachen Dirichletproblems	399
10.3 Das schwache Neumannproblem für lineare elliptische Differentialgleichungen	401
10.3.1 Ein schwaches Neumannproblem für die inhomogene Schwingungsgleichung	401
10.3.2 Nachweis einer schwachen Lösung	407
10.3.3 Ausblick auf den allgemeinen Fall	407
10.4 Zur Regularitätstheorie beim Dirichletproblem	409
10.4.1 Innenregularität	409
10.4.2 Randregularität	410
Anhang	417
A Anhang	419
A.1 Der Fortsetzungssatz von Hahn-Banach	419
A.2 Der Satz von Lax-Milgram	421

B Lösungen zu den Übungen	423
 Symbole	455
 Literaturverzeichnis	457
 Stichwortverzeichnis	465