

Inhaltsverzeichnis

Teil I Kongruenzgeometrie	1
1 Zeichnerische Darstellung von Körpern	3
1.1 Darstellung von Körpern in der Ebene	3
1.2 Dreitafelprojektion (Grundriss, Aufriss, Seitenriss)	4
1.3 Abbildungseigenschaften der Parallelprojektion auf eine Ebene	6
1.4 Schrägbilder von Körpern	9
1.5 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	14
2 Kongruenzabbildungen in der Ebene	18
2.1 Die Achsenspiegelung und ihre Eigenschaften	20
2.2 Verkettung von zwei Achsenspiegelungen: Rotation und Translation	22
2.3 Verkettung von drei Achsenspiegelungen – Gleitspiegelung	29
2.4 Verkettung von vier Achsenspiegelungen – Der Reduktionssatz	34
2.5 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	37
3 Gruppen von Kongruenzabbildungen – Symmetriegruppen	47
3.1 Die Kongruenzgruppe der Ebene	47
3.2 Zyklische Drehgruppen und Diedergruppen	49
3.3 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	57
4 Figuren in der Ebene und im Raum	60
4.1 Grundlegende Sätze über Winkel	60
4.2 Dreiecke und ihre Eigenschaften	61
4.3 Kongruenzsätze für Dreiecke	63
4.4 Besondere Linien und Punkte beim Dreieck	65
4.5 Typisierung von Dreiecken	71
4.6 Der Satz von Thales und Winkelsätze am Kreis	72
4.7 Vierecke und ihre Eigenschaften	76
4.8 Regelmäßige Vielecke und Kreise	80
4.9 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal – Ortslinien	82
4.10 Typisierung räumlicher Figuren – Körper	86
4.11 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	93
5 Flächeninhalt von Vielecken und Kreisen	105
5.1 Flächeninhalt als reelle Maßfunktion und als Größe	105
5.2 Flächeninhalte von Vielecken	107
5.3 Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck	111
5.4 Flächeninhalt und Umfang von Kreisflächen	115
5.5 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	124
6 Rauminhalt von Körpern	131
6.1 Rauminhalt als reelle Maßfunktion und als Größe	131
6.2 Rauminhalt von Quadern und von Säulen (Prismen)	132
6.3 Rauminhalt von Spitzkörpern	134
6.4 Rauminhalt und Oberflächengröße von Kugeln	138
6.5 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	142

Teil II Ähnlichkeitsgeometrie	145
7 Projektionssatz und Strahlensätze	147
7.1 Einführende Beispiele – Streckenverhältnisse	147
7.2 Projektionssatz und Strahlensätze	150
7.3 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	154
8 Teilverhältnisse	158
8.1 Teilverhältnisse und harmonische Teilung	158
8.2 Winkelhalbierendensatz und Apolloniuskreis	161
8.3 Die Sätze von Ceva und Menelaos	164
8.4 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	166
9 Die zentrische Streckung	170
9.1 Einführende Beispiele	170
9.2 Mathematischer Hintergrund: Dilatationen	171
9.3 Die zentrische Streckung	175
9.4 Verkettung von Dilatationen	179
9.5 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	184
10 Ähnlichkeitsabbildungen und ähnliche Figuren	188
10.1 Die Drehstreckung oder Streckdrehung	188
10.2 Die Klappstreckung oder Streckspiegelung	189
10.3 Allgemeine Ähnlichkeitsabbildungen	191
10.4 Ähnliche Figuren – Ähnlichkeitssätze	192
10.5 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	195
11 Ähnlichkeitsbeziehungen an speziellen Figuren	197
11.1 Ähnlichkeit am rechtwinkligen Dreieck	197
11.2 Ähnlichkeit am Kreis	199
11.3 Goldener Schnitt – Ähnlichkeit am regelmäßigen Fünfeck	200
11.4 Ähnlichkeit von Rechtecken – Das DIN-Format	206
11.5 Stümpfe von Spitzkörpern- Keplers Fassregel	207
11.6 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	211
12 Ähnlichkeitsbeziehungen am Dreieck	216
12.1 Dreiecksseiten und Dreieckshöhen	216
12.2 Eulergerade und Feuerbachkreis	217
12.3 Inkreis und Ankreise – Die Inhaltsformel von Heron	219
12.4 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	222
13 Trigonometrie	225
13.1 Steigungen	225
13.2 Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken	228
13.3 Trigonometrie in beliebigen Dreiecken	233
13.4 Trigonometrische Funktionen	240
13.5 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	244
14 Affine und Projektive Geometrie: Ein Überblick	253
14.1 Parallelprojektion und affine Abbildungen	253
14.2 Zentralprojektion und projektive Abbildungen	259
14.3 Geometrie im Überblick: F. Kleins „Erlanger Programm“	266
14.4 Hinweise und Lösungen zu den Aufgaben	269

Anhang	275
Aufgabensammlung zu Teil I: Kongruenzgeometrie	275
Aufgabensammlung zu Teil II: Ähnlichkeitsgeometrie	290
Anleitung zur Verwendung eines Dynamischen Geometriesystems	303
Glossar	311
Literatur	315
Index	317