

# Inhaltsverzeichnis

<b>13 Funktionen mehrerer Variablen, skalare Felder und Vektorfelder</b>	<b>7</b>
13.1 Einleitung . . . . .	7
13.2 Der Begriff der Funktion mehrerer Variablen . . . . .	8
13.3 Das skalare Feld . . . . .	14
13.4 Das Vektorfeld . . . . .	15
13.5 Spezielle Vektorfelder . . . . .	19
13.5.1 Das homogene Vektorfeld . . . . .	19
13.5.2 Das radialsymmetrische Feld . . . . .	19
13.5.3 Ringförmiges Vektorfeld . . . . .	21
13.6 Übungsaufgaben . . . . .	23
<b>14 Partielle Ableitung, totales Differential und Gradient</b>	<b>27</b>
14.1 Die partielle Ableitung . . . . .	27
14.1.1 Mehrfache partielle Ableitung . . . . .	30
14.2 Das totale Differential . . . . .	31
14.3 Der Gradient . . . . .	34
14.3.1 Gradient bei Funktionen zweier Variablen . . . . .	34
14.3.2 Gradient bei Funktionen dreier Variablen . . . . .	37
14.4 Übungsaufgaben . . . . .	40
<b>15 Mehrfachintegrale, Koordinatensysteme</b>	<b>43</b>
15.1 Mehrfachintegrale als Lösung von Summierungsaufgaben . . . . .	43
15.2 Mehrfachintegrale mit konstanten Integrationsgrenzen . . . . .	44
15.3 Zerlegung eines Mehrfachintegrals in ein Produkt von Integralen . . . . .	47
15.4 Koordinaten . . . . .	47
15.4.1 Polarkoordinaten . . . . .	47
15.4.2 Zylinderkoordinaten . . . . .	49

15.4.3 Kugelkoordinaten . . . . .	50
15.5 Anwendungen: Volumen und Trägheitsmoment . . . . .	53
15.5.1 Volumen . . . . .	53
15.5.2 Trägheitsmoment . . . . .	54
15.6 Mehrfachintegrale mit nicht konstanten Integrationsgrenzen . . . . .	55
15.7 Kreisfläche in kartesischen Koordinaten . . . . .	58
15.8 Übungsaufgaben . . . . .	60
<b>16 Parameterdarstellung, Linienintegral</b>	<b>63</b>
16.1 Parameterdarstellung von Kurven . . . . .	63
16.2 Differentiation eines Vektors nach einem Parameter . . . . .	68
16.3 Das Linienintegral . . . . .	71
16.3.1 Berechnung von speziellen Linienintegralen . . . . .	72
16.3.2 Berechnung des Linienintegrals im allgemeinen Fall . . . . .	75
16.4 Übungsaufgaben . . . . .	77
<b>17 Oberflächenintegrale</b>	<b>80</b>
17.1 Der Vektorfluß durch eine Fläche . . . . .	80
17.2 Das Oberflächenintegral . . . . .	82
17.3 Berechnung des Oberflächenintegrals für Spezialfälle . . . . .	85
17.3.1 Der Fluß eines homogenen Feldes durch einen Quader . . . . .	85
17.3.2 Der Fluß eines radialsymmetrischen Feldes durch eine Kugeloberfläche . . . . .	87
17.4 Berechnung des Oberflächenintegrals im allgemeinen Fall . . . . .	88
17.5 Fluß des elektrischen Feldes einer Punktladung durch eine Kugeloberfläche mit Radius $R$ . . . . .	92
17.6 Übungsaufgaben . . . . .	93
<b>18 Divergenz und Rotation</b>	<b>95</b>
18.1 Divergenz eines Vektorfeldes . . . . .	95
18.2 Integralsatz von Gauß . . . . .	98
18.3 Rotation eines Vektorfeldes . . . . .	99
18.4 Integralsatz von Stokes . . . . .	105
18.5 Potential eines Vektorfeldes . . . . .	106

18.6 Anhang . . . . .	109
18.7 Übungsaufgaben . . . . .	111
<b>19 Koordinatentransformationen und Matrizen</b>	<b>112</b>
19.1 Koordinatenverschiebungen - Translationen . . . . .	115
19.2 Drehungen . . . . .	117
19.2.1 Drehungen im zweidimensionalen Raum . . . . .	117
19.2.2 Mehrfache Drehung . . . . .	119
19.2.3 Drehungen im dreidimensionalen Raum . . . . .	121
19.3 Matrizenrechnung . . . . .	123
19.4 Darstellung von Drehungen in Matrizenform . . . . .	128
19.5 Spezielle Matrizen . . . . .	130
19.6 Inverse Matrix . . . . .	133
19.7 Übungsaufgaben . . . . .	134
<b>20 Lineare Gleichungssysteme und Determinanten</b>	<b>136</b>
20.1 Lineare Gleichungssysteme . . . . .	136
20.1.1 Gauß'sches Eliminationsverfahren, schrittweise Elimination der Variablen . . . . .	136
20.1.2 Gauß-Jordan Elimination . . . . .	138
20.1.3 Matrixschreibweise linearer Gleichungssysteme und Bestimmung der inversen Matrix . . . . .	139
20.1.4 Existenz von Lösungen . . . . .	142
20.2 Determinanten . . . . .	145
20.2.1 Einführung . . . . .	145
20.2.2 Definition und Eigenschaften der n-reihigen Determinante . . . . .	146
20.2.3 Rang einer Determinante und Rang einer Matrix . . . . .	151
20.2.4 Anwendungsbeispiele für die Determinantenschreibweise . . . . .	152
20.2.5 Cramersche Regel . . . . .	153
20.3 Übungsaufgaben . . . . .	157
<b>21 Eigenwerte und Eigenvektoren</b>	<b>159</b>
21.1 Eigenwerte von $2 \times 2$ Matrizen . . . . .	159
21.2 Bestimmung von Eigenwerten . . . . .	163

21.3 Eigenwerte und Eigenvektoren einer $3 \times 3$ Matrix . . . . .	165
21.4 Eigenschaften von Eigenwerten und Eigenvektoren . . . . .	168
21.5 Übungsaufgaben . . . . .	169
<b>22 Fourierreihen</b> . . . . .	<b>172</b>
22.1 Entwicklung einer periodischen Funktion in eine Fourierreihe . . . . .	172
22.2 Beispiele für Fourierreihen . . . . .	176
22.2.1 Symmetriebetrachtungen . . . . .	176
22.2.2 Rechteckschwingung, Kippschwingung, Dreieckschwingung . . . . .	177
22.3 Die Fourierreihe für Funktionen beliebiger Periode $T$ . . . . .	180
22.4 Fourierreihe in spektraler Darstellung . . . . .	181
22.5 Übungsaufgaben . . . . .	183
<b>23 Fourier-Integrale und Fourier-Transformationen</b> . . . . .	<b>187</b>
23.1 Übergang von der Fourierreihe zum Fourier-Integral . . . . .	187
23.2 Fourier-Transformationen . . . . .	190
23.2.1 Fourier-Kosinustransformation . . . . .	190
23.2.2 Fourier-Sinustransformation . . . . .	190
23.2.3 Komplexe Darstellung der Fourier-Transformation . . . . .	192
23.3 Verschiebungssatz . . . . .	194
23.4 Diskrete Fourier-Transformation, Abtasttheorem . . . . .	194
23.5 Fourier-Transformation der Gaußschen Funktion . . . . .	195
23.6 Übungsaufgaben . . . . .	197
<b>24 Laplace-Transformationen</b> . . . . .	<b>199</b>
24.1 Integral-Transformationen, Laplace-Transformationen . . . . .	199
24.1.1 Integral-Transformation . . . . .	199
24.1.2 Die Laplace-Transformation . . . . .	200
24.1.3 Die Rücktransformation . . . . .	200
24.2 Laplace-Transformation von Standardfunktionen und allgemeine Regeln . . . . .	201
24.2.1 Laplace-Transformation einer Konstanten . . . . .	201
24.2.2 Laplace-Transformation einer Exponentialfunktion . . . . .	201
24.2.3 Laplace-Transformation trigonometrischer Funktionen . . . . .	202

24.2.4 Laplace-Transformation einer linearen Funktion . . . . .	202
24.2.5 Verschiebungssatz . . . . .	202
24.2.6 Dämpfungssatz . . . . .	203
24.2.7 Linearitätssatz . . . . .	204
24.2.8 Laplace-Transformation von Ableitungen . . . . .	205
24.2.9 Laplace-Transformation von Potenzen . . . . .	207
24.3 Lösung von linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	208
24.4 Lösung von simultanen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . .	210
24.5 Übungsaufgaben . . . . .	215
<b>25 Die Wellengleichungen</b>	<b>217</b>
25.1 Wellenfunktionen . . . . .	217
25.2 Die Wellengleichung . . . . .	219
25.3 Übungsaufgaben . . . . .	226
<b>Anhang</b>	
Partialbruchzerlegung . . . . .	228
Sachwortverzeichnis . . . . .	231