

# Inhaltsverzeichnis

<i>Vorwort</i>	v
<i>Die Ziele der Aufgaben – Erläuterungen und Übersicht</i>	1
<i>Wie benutzt man dieses Buch? – Hinweise für Studierende</i>	4
<i>Wie lässt sich dieses Buch einsetzen? – Hinweise für Lehrende</i>	6
<b>1 Funktionen, Folgen und Grenzwerte</b>	9
1.1 Geometrische Interpretation algebraischer Operationen . . . . .	12
1.2 Potentztürme . . . . .	17
1.3 Die Fibonacci-Folge . . . . .	22
1.4 Monotonie und Grenzwertaussagen: Erwartungen formulieren und Vermutungen beweisen . . . . .	27
1.5 Reihen und ihre Werte . . . . .	31
1.6 Vorstellungen zu Summation und Doppelreihen . . . . .	34
1.7 Zugänge zu $n$ -ten Wurzeln . . . . .	39
1.8 Vorstellungen zu Stetigkeit und zusammenhängenden Mengen	46
<b>2 Differenzierbare Funktionen</b>	51
2.1 Ableitungen als Tangentensteigungen: Vorstellungen und Fehlvorstellungen . . . . .	54
2.2 Die Ableitung der Umkehrfunktion . . . . .	58
2.3 Wasserstand im Edersee – Die Kettenregel . . . . .	61
2.4 Eine Charakterisierung der Differenzierbarkeit durch eine Lage-Bedingung . . . . .	66
2.5 Differenzierbarkeit von abschnittsweise definierten Funktionen	70
2.6 Differenzierbarkeit der Sinusfunktion . . . . .	76
<b>3 Monotonie und Extrema</b>	83
3.1 Beschränkte Funktionen und Extrema in der Geometrie . . . . .	86
3.2 Interpretation des Vorzeichens von $f'$ und $f''$ . . . . .	93
3.3 Funktionen qualitativ verstehen . . . . .	98

<b>4 Integration</b>	<b>103</b>
4.1 Mittelwerte und Integrale . . . . .	106
4.2 Bogenlängen von gestreckten Kurven . . . . .	110
4.3 Paradoxa bei der Approximation von Kurven . . . . .	116
4.4 Winkel und Bogenlängen . . . . .	123
4.5 Analyse eines Definitionsversuchs: Integration mit äquidistanten Rechtssummen . . . . .	127
<b>5 Reflexion mathematischer Arbeitsweisen</b>	<b>135</b>
5.1 Logische Aspekte des Beweisens . . . . .	137
5.2 Backblechbeweise und Riemannsche Summen . . . . .	140
5.3 Pascalsches Dreieck, Binomialkoeffizienten und figurierte Zahlen	146
5.4 Einen Begriff entwickeln: Konvergenz von Geraden . . . . .	151
5.5 Definieren und Aufbau von Grundvorstellungen . . . . .	156
5.6 Bewusst entscheiden beim Definieren: Differenzierbarkeit . . . . .	160
5.7 Bewusst entscheiden beim Definieren: Bogenlänge von Kurven	167
5.8 Potenzen mit reellen Exponenten . . . . .	171
5.9 Intervallschachtelungen und Potenzen mit irrationalen Exponenten . . . . .	176
5.10 Zugänge zur Exponentialfunktion . . . . .	181
5.11 Der Kleinsche Zugang zu $\ln$ und $\exp$ . . . . .	187
5.12 Beispiele finden – Standardbeispiele kennenlernen . . . . .	191
<i>Symbol</i>	197
<i>Literaturverzeichnis</i>	199
<i>Abbildungsverzeichnis</i>	200
<i>Index</i>	202