

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 | Notation und Grundstrukturen | 1 |
| 1.1 | Gliederung und Motivation | 1 |
| 1.2 | Notation | 2 |
| 1.3 | Abbildungen | 4 |
| 1.4 | Beweismethoden und das Prinzip der vollständigen Induktion | 5 |
| 1.4.1 | Beweis durch Kontraposition | 5 |
| 1.4.2 | Widerspruchsbeweis oder <i>reductio ad absurdum</i> | 7 |
| 1.4.3 | Das Prinzip der vollständigen Induktion | 7 |
| 2 | Elementare Abzählprobleme und diskrete Wahrscheinlichkeiten | 11 |
| 2.1 | Abbildungen und Mengen | 11 |
| 2.2 | Injective Abbildungen, Permutationen und Fakultät | 12 |
| 2.3 | Binomialkoeffizienten | 15 |
| 2.4 | Abschätzungen | 20 |
| 2.5 | Abschätzungen für Fakultäten und Binomialkoeffizienten | 23 |
| 2.6 | Das Prinzip von Inklusion und Exklusion | 28 |
| 2.7 | Diskrete Wahrscheinlichkeitsrechnung | 33 |
| 2.7.1 | Wahrscheinlichkeitsraum | 33 |
| 2.7.2 | Bedingte Wahrscheinlichkeiten | 35 |
| 2.7.3 | Paradoxa | 36 |
| 2.7.4 | Zufallsvariablen | 38 |
| 3 | Graphen | 41 |
| 3.1 | Relationen | 41 |
| 3.1.1 | Äquivalenzrelationen | 41 |
| 3.1.2 | Partialordnungen | 43 |
| 3.2 | Definition eines Graphen, Isomorphismus | 45 |
| 3.3 | Teilgraphen | 49 |
| 3.4 | Zusammenhang | 50 |
| 3.5 | Kodierung von Graphen | 51 |
| 3.6 | Effiziente Algorithmen | 55 |
| 3.7 | Breitensuche | 56 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.8 Tiefensuche | 58 |
| 3.9 Valenzsequenzen | 60 |
| 3.10 Eulertouren | 64 |
| 3.11 Gerichtete Graphen und Eulertouren | 69 |
| 3.12 2-Zusammenhang | 72 |
| 4 Bäume und Matchings | 77 |
| 4.1 Definition und Charakterisierungen | 77 |
| 4.2 Isomorphismen von Bäumen | 79 |
| 4.3 Aufspannende Bäume | 84 |
| 4.4 Minimale aufspannende Bäume | 86 |
| 4.5 Die Algorithmen von Prim-Jarník und Borůvka | 88 |
| 4.6 Die Anzahl aufspannender Bäume | 93 |
| 4.7 Bipartites Matching | 94 |
| 4.8 Stabile Hochzeiten | 101 |
| 5 Numerik und lineare Algebra | 105 |
| 5.1 Etwas mehr Notation | 105 |
| 5.2 Kodierung von Zahlen | 107 |
| 5.3 Fehlerquellen und Beispiele | 113 |
| 5.4 Gaußelimination und <i>LU</i> -Zerlegung, Pivotstrategien | 116 |
| 5.5 <i>LU</i> -Zerlegung | 119 |
| 5.6 Gauß-Jordan-Algorithmus | 127 |
| 5.7 Elementares über Eigenwerte | 128 |
| 5.8 Choleskyfaktorisierung | 128 |
| 5.9 Matrixnormen | 133 |
| 5.10 Kondition | 136 |
| 6 Nichtlineare Optimierung | 141 |
| 6.1 Steilkurs mehrdimensionale Differentialrechnung | 142 |
| 6.1.1 Kurven | 142 |
| 6.1.2 Partielle Ableitungen | 146 |
| 6.2 Notwendige und hinreichende Bedingungen für Extremwerte | 151 |
| 6.3 Exkurs Mannigfaltigkeiten und Tangentialräume | 155 |
| 6.4 Bedingungen für Extrema auf gleichungsdefinierten Mengen | 156 |
| 6.5 Bedingungen für Extrema auf ungleichungsdefinierten Mengen | 161 |
| 7 Numerische Verfahren zur Nichtlinearen Optimierung | 169 |
| 7.1 Das allgemeine Suchverfahren | 169 |
| 7.2 Spezielle Suchverfahren | 175 |
| 7.3 Koordinatensuche und Methode des steilsten Abstiegs | 181 |
| 7.4 Newtonverfahren | 186 |
| 7.5 Verfahren der konjugierten Richtungen | 190 |

| | | |
|----------|------------------------------------------------|-----|
| 8 | Lineare Optimierung | 199 |
| 8.1 | Modellbildung | 199 |
| 8.2 | Der Dualitätssatz der Linearen Optimierung | 207 |
| 8.3 | Das Simplexverfahren | 211 |
| 8.4 | Tableauform des Simplexalgorithmus | 216 |
| 8.5 | Pivotwahl, Entartung, Endlichkeit | 218 |
| 8.6 | Bemerkungen zur Numerik | 221 |
| 8.7 | Die Zweiphasenmethode | 222 |
| 8.8 | Sensitivitätsanalyse | 226 |
| 9 | Lösungsvorschläge zu den Übungen | 229 |
| 9.1 | Lösungsvorschläge zu den Übungen aus Kapitel 1 | 229 |
| 9.2 | Lösungsvorschläge zu den Übungen aus Kapitel 2 | 231 |
| 9.3 | Lösungsvorschläge zu den Übungen aus Kapitel 3 | 238 |
| 9.4 | Lösungsvorschläge zu den Übungen aus Kapitel 4 | 246 |
| 9.5 | Lösungsvorschläge zu den Übungen aus Kapitel 5 | 254 |
| 9.6 | Lösungsvorschläge zu den Übungen aus Kapitel 6 | 265 |
| 9.7 | Lösungsvorschläge zu den Übungen aus Kapitel 7 | 273 |
| 9.8 | Lösungsvorschläge zu den Übungen aus Kapitel 8 | 283 |
| | Symbolverzeichnis | 291 |
| | Index | 293 |
| | Literaturhinweise | 301 |