

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundlagen</b>	<b>1</b>
1.1 Komplexe Zahlen . . . . .	1
1.1.1 Wiederholung und Ergänzung . . . . .	1
1.1.2 Die Riemannsche Zahlenkugel . . . . .	5
1.1.3 Topologische Hilfsmittel . . . . .	7
1.1.4 Folgen von komplexen Zahlen . . . . .	9
1.1.5 Reihen von komplexen Zahlen . . . . .	12
1.1.6 Kurven und Gebiete in $\mathbb{C}$ . . . . .	14
1.2 Funktionen einer komplexen Variablen . . . . .	22
1.2.1 Funktionsbegriff . . . . .	22
1.2.2 Stetigkeit . . . . .	22
1.2.3 Elementare Funktionen . . . . .	26
<b>2 Holomorphe Funktionen</b>	<b>33</b>
2.1 Differenzierbarkeit im Komplexen, Holomorphie . . . . .	33
2.1.1 Ableitungsbegriff, Holomorphie . . . . .	33
2.1.2 Rechenregeln für holomorphe Funktionen . . . . .	35
2.1.3 Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen . . . . .	36
2.1.4 Umkehrung der elementaren Funktionen . . . . .	42
2.1.5 Die Potentialgleichung . . . . .	48
2.2 Komplexe Integration . . . . .	53
2.2.1 Integralbegriff . . . . .	53
2.2.2 Der Cauchysche Integralsatz . . . . .	59
2.2.3 Folgerungen aus dem Cauchyschen Integralsatz . . . . .	61
2.2.4 Umkehrung des Cauchyschen Integralsatzes . . . . .	73
2.2.5 Anwendungen der komplexen Integralrechnung . . . . .	74
2.3 Erzeugung holomorpher Funktionen durch Grenzprozesse . . . . .	86
2.3.1 Folgen von Funktionen . . . . .	86
2.3.2 Reihen von Funktionen . . . . .	90
2.3.3 Potenzreihen . . . . .	91
2.3.4 Charakterisierung holomorpher Funktionen . . . . .	96
2.3.5 Analytische Fortsetzung . . . . .	97
2.4 Asymptotische Abschätzungen . . . . .	107
2.4.1 Asymptotische Entwicklungen . . . . .	107
2.4.2 Die Sattelpunktmethode . . . . .	112
<b>3 Isolierte Singularitäten, Laurent-Entwicklung</b>	<b>119</b>
3.1 Laurentreihen . . . . .	119

3.1.1	Holomorphe Funktionen in Ringgebieten . . . . .	119
3.1.2	Singularitäten . . . . .	124
3.2	Residuensatz und Anwendungen . . . . .	129
3.2.1	Der Residuensatz . . . . .	129
3.2.2	Das Prinzip vom Argument . . . . .	134
3.2.3	Anwendungen . . . . .	135
<b>4</b>	<b>Konforme Abbildungen</b>	<b>153</b>
4.1	Einführung in die Theorie konformer Abbildungen . . . . .	153
4.1.1	Geometrische Kennzeichnung holomorpher Funktionen . . . . .	153
4.1.2	Der Riemannsche Abbildungssatz . . . . .	156
4.1.3	Spezielle konforme Abbildungen . . . . .	158
4.2	Anwendungen auf die Potentialtheorie . . . . .	179
4.2.1	Dirichletsche Randwertprobleme . . . . .	179
4.2.2	Neumannsche Randwertprobleme . . . . .	183
4.2.3	Potential von Punktladungen . . . . .	185
4.2.4	Ebene stationäre Strömungen . . . . .	189
<b>5</b>	<b>Anwendung auf die Besselsche Differentialgleichung</b>	<b>199</b>
5.1	Die Besselsche Differentialgleichung . . . . .	199
5.1.1	Motivierung . . . . .	199
5.1.2	Die Hankelschen Funktionen . . . . .	201
5.1.3	Allgemeine Lösung der Besselschen Differentialgleichung . . . . .	205
5.2	Die Besselschen und Neumannschen Funktionen . . . . .	207
5.2.1	Definitionen und grundlegende Eigenschaften . . . . .	207
5.2.2	Integraldarstellung der Besselschen Funktionen . . . . .	210
5.2.3	Reihenentwicklung und asymptotisches Verhalten der Besselschen Funktionen	212
5.2.4	Orthogonalität und Nullstellen der Besselschen Funktion . . . . .	215
5.2.5	Die Neumannschen Funktionen . . . . .	218
5.2.6	Verhalten der Lösung der Besselschen Differentialgleichung . . . . .	220
5.3	Anwendungen . . . . .	221
5.3.1	Radialsymmetrische Lösungen der Schwingungsgleichung . . . . .	221
5.3.2	Schwingungen einer Membran . . . . .	223
5.3.3	Elastizitätstheorie in der Ebene . . . . .	228
5.3.4	Streuung einer ebenen Welle . . . . .	231
<b>Anhang</b>		<b>239</b>
<b>A</b>	<b>Eigenschaften parameterabhängiger Integrale</b>	<b>241</b>
<b>B</b>	<b>Lösungen zu den Übungen</b>	<b>245</b>
<b>Symbole</b>		<b>257</b>

<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>259</b>
<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>263</b>