

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	1
1.1 Komplexe Zahlen	1
1.1.1 Wiederholung und Ergänzung	1
1.1.2 Die Riemannsche Zahlenkugel	5
1.1.3 Topologische Hilfsmittel	7
1.1.4 Folgen von komplexen Zahlen	9
1.1.5 Reihen von komplexen Zahlen	12
1.1.6 Kurven und Gebiete in \mathbb{C}	14
1.2 Funktionen einer komplexen Variablen	22
1.2.1 Funktionsbegriff	22
1.2.2 Stetigkeit	22
1.2.3 Elementare Funktionen	26
2 Holomorphe Funktionen	33
2.1 Differenzierbarkeit im Komplexen, Holomorphie	33
2.1.1 Ableitungsbegriff, Holomorphie	33
2.1.2 Rechenregeln für holomorphe Funktionen	35
2.1.3 Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen	36
2.1.4 Umkehrung der elementaren Funktionen	42
2.1.5 Die Potentialgleichung	48
2.2 Komplexe Integration	53
2.2.1 Integralbegriff	53
2.2.2 Der Cauchysche Integralsatz	59
2.2.3 Folgerungen aus dem Cauchyschen Integralsatz	61
2.2.4 Umkehrung des Cauchyschen Integralsatzes	73
2.2.5 Anwendungen der komplexen Integralrechnung	74
2.3 Erzeugung holomorpher Funktionen durch Grenzprozesse	86
2.3.1 Folgen von Funktionen	86
2.3.2 Reihen von Funktionen	90
2.3.3 Potenzreihen	91
2.3.4 Charakterisierung holomorpher Funktionen	96
2.3.5 Analytische Fortsetzung	97
2.4 Asymptotische Abschätzungen	107
2.4.1 Asymptotische Entwicklungen	107
2.4.2 Die Sattelpunktmethode	112
3 Isolierte Singularitäten, Laurent-Entwicklung	119
3.1 Laurentreihen	119

3.1.1	Holomorphe Funktionen in Ringgebieten	119
3.1.2	Singularitäten	124
3.2	Residuensatz und Anwendungen	129
3.2.1	Der Residuensatz	129
3.2.2	Das Prinzip vom Argument	134
3.2.3	Anwendungen	135
4	Konforme Abbildungen	153
4.1	Einführung in die Theorie konformer Abbildungen	153
4.1.1	Geometrische Kennzeichnung holomorpher Funktionen	153
4.1.2	Der Riemannsche Abbildungssatz	156
4.1.3	Spezielle konforme Abbildungen	158
4.2	Anwendungen auf die Potentialtheorie	179
4.2.1	Dirichletsche Randwertprobleme	179
4.2.2	Neumannsche Randwertprobleme	183
4.2.3	Potential von Punktladungen	185
4.2.4	Ebene stationäre Strömungen	189
5	Anwendung auf die Besselsche Differentialgleichung	199
5.1	Die Besselsche Differentialgleichung	199
5.1.1	Motivierung	199
5.1.2	Die Hankelschen Funktionen	201
5.1.3	Allgemeine Lösung der Besselschen Differentialgleichung	205
5.2	Die Besselschen und Neumannschen Funktionen	207
5.2.1	Definitionen und grundlegende Eigenschaften	207
5.2.2	Integraldarstellung der Besselschen Funktionen	210
5.2.3	Reihenentwicklung und asymptotisches Verhalten der Besselschen Funktionen	212
5.2.4	Orthogonalität und Nullstellen der Besselschen Funktion	215
5.2.5	Die Neumannschen Funktionen	218
5.2.6	Verhalten der Lösung der Besselschen Differentialgleichung	220
5.3	Anwendungen	221
5.3.1	Radialsymmetrische Lösungen der Schwingungsgleichung	221
5.3.2	Schwingungen einer Membran	223
5.3.3	Elastizitätstheorie in der Ebene	228
5.3.4	Streuung einer ebenen Welle	231
Anhang		239
A	Eigenschaften parameterabhängiger Integrale	241
B	Lösungen zu den Übungen	245
Symbole		257

Literaturverzeichnis	259
-----------------------------	------------

Stichwortverzeichnis	263
-----------------------------	------------