

# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| Vorwort zur zweiten Auflage   | v         |
| Vorwort zur ersten Auflage  | vi        |
| <b>1 Einleitung: Beispiele und Anwendungen</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1 Anfangswertprobleme   | 1         |
| 1.2 Randwertprobleme  | 4         |
| <b>I Ein- und Mehrschrittverfahren zur numerischen Lösung von Anfangswertaufgaben</b> |           |
| <b>2 Einschrittverfahren für Anfangswertprobleme</b>                                  | <b>12</b> |
| 2.1 Definition des Verfahrens   | 12        |
| 2.2 Konsistenz  | 17        |
| 2.2.1 Konsistenzbedingungen   | 17        |
| 2.2.2 Konsistenz spezieller Verfahren   | 19        |
| 2.3 Die Methode der Taylor-Entwicklung  | 24        |
| 2.4 Runge–Kutta-Formeln   | 27        |
| 2.5 Implizite Runge–Kutta-Formeln   | 34        |
| 2.6 Konvergenz  | 41        |
| 2.7 Stabilität  | 45        |
| 2.8 Adaptive Schrittweitenkontrolle   | 48        |
| 2.9 Steife Differentialgleichungen  | 50        |
| 2.9.1 Stabilität und Steifheit von Differentialgleichungen                            | 51        |
| 2.9.2 Einseitige Lipschitz-Bedingung und steife Differentialgleichungssysteme         | 58        |
| 2.9.3 Stabilitätsbedingungen für Einschrittverfahren                                  | 62        |
| 2.10 Unstetige Galerkin-Verfahren   | 70        |
| 2.10.1 Variationelle Formulierung   | 71        |
| 2.10.2 Galerkin-Approximation und Galerkin-Orthogonalität                             | 72        |
| 2.10.3 Fehlerabschätzungen und Schrittweitenkontrolle                                 | 75        |

|           |  |     |
|-----------|--|-----|
| <b>3</b>  | <b>Mehrschrittverfahren für Anfangswertaufgaben</b>  | 79  |
| 3.1       | Definition des Verfahrens  | 79  |
| 3.2       | Konsistenz von Mehrschrittverfahren  | 91  |
| 3.3       | Stabilität und Konvergenz  | 104 |
| 3.4       | Charakterisierung der Lipschitz-Stabilität. Die Wurzelbedingung                            | 108 |
| <br>      |  |     |
| <b>II</b> | <b>Näherungsverfahren für Randwertprobleme</b>   |     |
| <b>4</b>  | <b>Schießverfahren für Randwertprobleme</b>  | 122 |
| 4.1       | Das einfache Schießverfahren für lineare Randwertprobleme                                  | 122 |
| 4.2       | Das einfache Schießverfahren für nichtlineare Randwertprobleme                             | 128 |
| 4.3       | Die Mehrzielmethode  | 130 |
| <b>5</b>  | <b>Differenzenverfahren für Randwertprobleme</b>   | 134 |
| 5.1       | Singulär gestörte (gewöhnliche) Differentialgleichungen                                    | 134 |
| 5.2       | Differenzenapproximationen für lineare gewöhnliche Differentialgleichungen zweiter Ordnung | 137 |
| 5.3       | Stabilität und Konvergenz mit Maximumprinzipien  | 140 |
| 5.4       | Stabilität und Konvergenz mithilfe von Kompaktheitsmethoden                                | 145 |
| 5.5       | Differenzenapproximationen für nichtlineare Randwertprobleme                               | 151 |
| <b>6</b>  | <b>Differenzenapproximationen für Randwertprobleme durch Variationsmethoden</b>            | 159 |
| 6.1       | Variationelle Formulierung eines eindimensionalen Modellproblems                           | 159 |
| 6.2       | Die einfachste Finite-Elemente-Methode für das Modellproblem                               | 163 |
| 6.3       | Erste Fehlerabschätzungen  | 166 |
| 6.4       | Galerkin-Verfahren für nichtlineare Probleme   | 176 |
| <b>7</b>  | <b>Kollokationsverfahren</b>   | 179 |
| 7.1       | Lineare Randwertprobleme $m$ -ter Ordnung  | 179 |
| 7.2       | Praktische Aspekte des Kollokationsverfahrens  | 183 |
| <b>8</b>  | <b>Adaptive Gitter für Randwertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen</b>           | 186 |
| 8.1       | Differenzenapproximationen auf nichtäquidistanten Gittern                                  | 186 |
| 8.2       | Interpolationsfehlerindikatoren  | 187 |
| 8.3       | Residuen-Schätzer  | 189 |
| 8.4       | Gitterverteilungsfunktionen  | 190 |

### III Anhang

|  |     |
|--|-----|
| <b>A Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen</b>  | 197 |
| A.1 Klassifikation gewöhnlicher Differentialgleichungen . . . . .                              | 198 |
| A.2 Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen von Anfangswertproblemen                           | 200 |
| A.3 Lineare Differentialgleichungen . . . . .  | 202 |
| A.4 Systeme mit konstanten Koeffizienten . . . . .   | 206 |
| A.5 Lineare Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung . . . . .                                 | 207 |
| A.6 Lineare Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung mit konstanten<br>Koeffizienten . . . . . | 211 |
| A.7 Lineare Randwertaufgaben zweiter Ordnung . . . . .   | 214 |
| <b>B Theoretische Übungsaufgaben mit Musterlösungen</b>  | 220 |
| <b>C Praktische Übungsaufgaben mit Musterlösungen</b>  | 255 |
| Literaturverzeichnis   | 283 |
| Abbildungsverzeichnis  | 287 |
| Tabellenverzeichnis  | 289 |
| Index  | 291 |