

Inhaltsverzeichnis

I	Wahrscheinlichkeitsräume	1
1	Wie wird der Zufall modelliert?	3
1.1	Ein sehr naiver Ansatz: Zufallsautomaten	4
1.2	Die Präzision: σ -Algebren	6
1.3	Wahrscheinlichkeitsräume: Eigenschaften	11
1.4	Erzeugte σ -Algebren	14
1.5	Borelmengen	17
1.6	Zwei wichtige Beweistechniken	21
1.7	Ergänzungen	26
1.8	Verständnisfragen	30
1.9	Übungsaufgaben	33
2	Erste Beispiele	37
2.1	Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume	37
2.2	Wahrscheinlichkeitsdichten	42
2.3	Simulation diskreter Räume	52
2.4	Simulation: Räume mit Dichtefunktionen	56
2.5	Ergänzungen	62
2.6	Verständnisfragen	64
2.7	Übungsaufgaben	65
II	Wichtige Konzepte	69
3	Zufallsvariable	71
3.1	Was ist eine Zufallsvariable?	71
3.2	Induzierte Wahrscheinlichkeitsräume	75
3.3	Erwartungswert, Varianz und Streuung	79
3.4	Elementare Kombinatorik	91
3.5	Berechnung induzierter Wahrscheinlichkeiten	97
3.6	Ergänzungen	106
3.7	Verständnisfragen	109
3.8	Übungsaufgaben	111

4	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	115
4.1	Bedingte Wahrscheinlichkeiten: die Idee	116
4.2	Der Satz von Bayes	122
4.3	Unabhängigkeit für mehr als zwei Ereignisse	128
4.4	Unabhängigkeit für Zufallsvariable	134
4.5	Der „Klonsatz“	141
4.6	Folgerungen aus der Unabhängigkeit	146
4.7	Verständnisfragen	156
4.8	Übungsaufgaben	157
III	Binomial- und Exponentialverteilung	163
5	Die Binomialverteilung	165
5.1	Binomialverteilung: Definition	166
5.2	Hypergeometrische Verteilung: Approximation	169
5.3	Approximation durch die Poissonverteilung	171
5.4	Der Satz von de Moivre-Laplace	175
5.5	Verständnisfragen	185
5.6	Übungsaufgaben	186
6	Die Exponentialverteilung	189
6.1	Gedächtnislose Wartezeiten	189
6.2	Kombinationen gedächtnisloser Wartezeiten	194
6.3	Diskrete gedächtnislose Wartezeiten	200
6.4	Verständnisfragen	203
6.5	Übungsaufgaben	204
IV	Der Zufall verschwindet im Unendlichen	207
7	Konvergenz von Zufallsvariablen	209
7.1	Konvergenz in Wahrscheinlichkeit	210
7.2	Fast sicher punktweise Konvergenz	211
7.3	Konvergenz in Verteilung	213
7.4	Verständnisfragen	219
7.5	Übungsaufgaben	220
8	Die Gesetze der großen Zahlen	223
8.1	Die Lemmata von Borel-Cantelli	224
8.2	Das schwache Gesetz der großen Zahlen	230
8.3	Das starke Gesetz der großen Zahlen	237
8.4	Der zentrale Grenzwertsatz	244
8.5	Der Satz vom iterierten Logarithmus	255
8.6	Ergänzungen	260
8.7	Verständnisfragen	263
8.8	Übungsaufgaben	265

V Grundlagen der Statistik	267
9 Beschreibende Statistik	271
9.1 Statistische Daten	271
9.2 Visualisierung von statistischen Daten	272
9.3 Stichprobenmittel und Stichprobenvarianz	275
9.4 Korrelation und Regression	279
9.5 Verständnisfragen	284
9.6 Übungsaufgaben	285
10 Schätzen	289
10.1 Das statistische Modell, Schätzfunktionen	290
10.2 Güteeigenschaften für Schätzer	293
10.3 Beispiele für Punktschätzer	300
10.4 Konfidenzbereiche	304
10.5 Konfidenzintervalle: Normalverteilung	307
10.6 Verständnisfragen	314
10.7 Übungsaufgaben	315
11 Entscheiden	317
11.1 Hypothesen	317
11.2 Testfunktionen	320
11.3 Neyman-Pearson-Theorie	326
11.4 Verständnisfragen	333
11.5 Übungsaufgaben	334
12 Nichtparametrische Statistik	337
12.1 Der χ^2 -Anpassungstest	338
12.2 Der χ^2 -Test auf Unabhängigkeit	341
12.3 Rangtests	342
12.4 Der Kolmogoroff-Smirnoff-Test	346
12.5 Verständnisfragen	349
12.6 Übungsaufgaben	350
Anhänge	353
Mengenlehre	353
Vereinigungen von σ -Algebren	354
Maßtheorie	356
Das Skalarprodukt auf dem \mathbb{R}^n	359
Analysis	359
Tabellen	362
Die Computerprogramme zum Buch	369
Literatur	370
Register	371