

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| I Wahrscheinlichkeitsräume | 1 |
| 1 Wie wird der Zufall modelliert? | 3 |
| 1.1 Ein sehr naiver Ansatz: Zufallsautomaten | 4 |
| 1.2 Die Präzision: σ -Algebren | 6 |
| 1.3 Wahrscheinlichkeitsräume: Eigenschaften | 11 |
| 1.4 Erzeugte σ -Algebren | 14 |
| 1.5 Borelmengen | 17 |
| 1.6 Zwei wichtige Beweistechniken | 21 |
| 1.7 Ergänzungen | 26 |
| 1.8 Verständnisfragen | 30 |
| 1.9 Übungsaufgaben | 33 |
| 2 Erste Beispiele | 37 |
| 2.1 Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume | 37 |
| 2.2 Wahrscheinlichkeitsdichten | 42 |
| 2.3 Simulation diskreter Räume | 52 |
| 2.4 Simulation: Räume mit Dichtefunktionen | 56 |
| 2.5 Ergänzungen | 62 |
| 2.6 Verständnisfragen | 64 |
| 2.7 Übungsaufgaben | 65 |
| II Wichtige Konzepte | 69 |
| 3 Zufallsvariable | 71 |
| 3.1 Was ist eine Zufallsvariable? | 71 |
| 3.2 Induzierte Wahrscheinlichkeitsräume | 75 |
| 3.3 Erwartungswert, Varianz und Streuung | 79 |
| 3.4 Elementare Kombinatorik | 91 |
| 3.5 Berechnung induzierter Wahrscheinlichkeiten | 97 |
| 3.6 Ergänzungen | 106 |
| 3.7 Verständnisfragen | 109 |
| 3.8 Übungsaufgaben | 111 |

| | |
|---|------------|
| 4 Bedingte Wahrscheinlichkeiten | 115 |
| 4.1 Bedingte Wahrscheinlichkeiten: die Idee | 116 |
| 4.2 Der Satz von Bayes | 122 |
| 4.3 Unabhängigkeit für mehr als zwei Ereignisse | 128 |
| 4.4 Unabhängigkeit für Zufallsvariable | 134 |
| 4.5 Der „Klonsatz“ | 141 |
| 4.6 Folgerungen aus der Unabhängigkeit | 146 |
| 4.7 Verständnisfragen | 156 |
| 4.8 Übungsaufgaben | 157 |
| III Binomial- und Exponentialverteilung | 163 |
| 5 Die Binomialverteilung | 165 |
| 5.1 Binomialverteilung: Definition | 166 |
| 5.2 Hypergeometrische Verteilung: Approximation | 169 |
| 5.3 Approximation durch die Poissonverteilung | 171 |
| 5.4 Der Satz von de Moivre-Laplace | 175 |
| 5.5 Verständnisfragen | 185 |
| 5.6 Übungsaufgaben | 186 |
| 6 Die Exponentialverteilung | 189 |
| 6.1 Gedächtnislose Wartezeiten | 189 |
| 6.2 Kombinationen gedächtnisloser Wartezeiten | 194 |
| 6.3 Diskrete gedächtnislose Wartezeiten | 200 |
| 6.4 Verständnisfragen | 203 |
| 6.5 Übungsaufgaben | 204 |
| IV Der Zufall verschwindet im Unendlichen | 207 |
| 7 Konvergenz von Zufallsvariablen | 209 |
| 7.1 Konvergenz in Wahrscheinlichkeit | 210 |
| 7.2 Fast sicher punktweise Konvergenz | 211 |
| 7.3 Konvergenz in Verteilung | 213 |
| 7.4 Verständnisfragen | 219 |
| 7.5 Übungsaufgaben | 220 |
| 8 Die Gesetze der großen Zahlen | 223 |
| 8.1 Die Lemmata von Borel-Cantelli | 224 |
| 8.2 Das schwache Gesetz der großen Zahlen | 230 |
| 8.3 Das starke Gesetz der großen Zahlen | 237 |
| 8.4 Der zentrale Grenzwertsatz | 244 |
| 8.5 Der Satz vom iterierten Logarithmus | 255 |
| 8.6 Ergänzungen | 260 |
| 8.7 Verständnisfragen | 263 |
| 8.8 Übungsaufgaben | 265 |

| | |
|--|------------|
| V Grundlagen der Statistik | 267 |
| 9 Beschreibende Statistik | 271 |
| 9.1 Statistische Daten | 271 |
| 9.2 Visualisierung von statistischen Daten | 272 |
| 9.3 Stichprobenmittel und Stichprobenvarianz | 275 |
| 9.4 Korrelation und Regression | 279 |
| 9.5 Verständnisfragen | 284 |
| 9.6 Übungsaufgaben | 285 |
| 10 Schätzen | 289 |
| 10.1 Das statistische Modell, Schätzfunktionen | 290 |
| 10.2 Güteeigenschaften für Schätzer | 293 |
| 10.3 Beispiele für Punktschätzer | 300 |
| 10.4 Konfidenzintervalle | 304 |
| 10.5 Konfidenzintervalle: Normalverteilung | 307 |
| 10.6 Verständnisfragen | 314 |
| 10.7 Übungsaufgaben | 315 |
| 11 Entscheiden | 317 |
| 11.1 Hypothesen | 317 |
| 11.2 Testfunktionen | 320 |
| 11.3 Neyman-Pearson-Theorie | 326 |
| 11.4 Verständnisfragen | 333 |
| 11.5 Übungsaufgaben | 334 |
| 12 Nichtparametrische Statistik | 337 |
| 12.1 Der χ^2 -Anpassungstest | 338 |
| 12.2 Der χ^2 -Test auf Unabhängigkeit | 341 |
| 12.3 Rangtests | 342 |
| 12.4 Der Kolmogoroff-Smirnoff-Test | 346 |
| 12.5 Verständnisfragen | 349 |
| 12.6 Übungsaufgaben | 350 |
| Anhänge | 353 |
| Mengenlehre | 353 |
| Vereinigungen von σ -Algebren | 354 |
| Maßtheorie | 356 |
| Das Skalarprodukt auf dem \mathbb{R}^n | 359 |
| Analysis | 359 |
| Tabellen | 362 |
| Die Computerprogramme zum Buch | 369 |
| Literatur | 370 |
| Register | 371 |